

PROBABILITY

Q) Two integers are selected at random from the first 11 natural numbers. If the sum of the integers is even, then the probability that both the numbers are odd is?

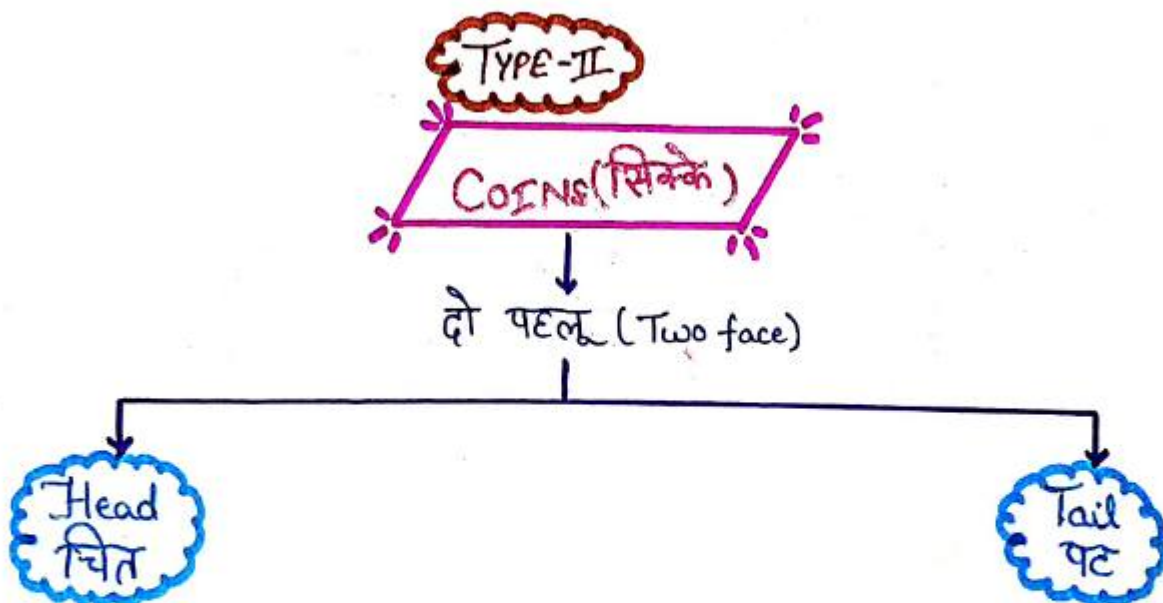
पहली 11 प्राकृतिक संख्याओं में से दो पूर्णक यादृच्छिक रूप से चुने गए हैं। यदि पूर्णकों का योग सम है, तो दोनों संख्याओं के विषम होने की प्रायिकता है?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

odd + odd = even

$$\frac{{}^6C_2}{{}^{11}C_2} = \frac{\frac{6!}{2!4!}}{\frac{11!}{2!9!}}$$

$$\frac{\frac{30}{2}}{\frac{110}{2}} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$$



1 सिक्के को 1 बार उछाला गया

$$P(H) \rightarrow \frac{1}{2} \quad \text{H, T} \rightarrow 2^1$$

$$P(T) \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$P(H) + P(T) = 1$$

A coin tossed two time

HH, TT, HT, TH

Total Outcome
 $4 \rightarrow 2^2$

A coin tossed 3 times

HHH TTT

HHT TTH

HTH THT

THH HTT

Total Outcomes
 $8 \rightarrow 2^3$

If a coin tossed n times
Total Outcomes $\Rightarrow 2^n$

↖ A coin tossed two times ↗

HH, TT, HT, TH

1) दो चित आने की प्रायिकता
Probability of Two head $\Rightarrow \frac{1}{4}$
 $P(HH)$

2) $P(TT) = \frac{1}{4}$

3) कम से कम एक Head = $\frac{3}{4}$
(At least)

$\hookrightarrow (1 - \text{No Head}) \Rightarrow 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

4) At least One tail

$P = \frac{3}{4}$

TT, TH, HT

$1 - P(\text{No tail})$

$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

5) At most 1 Head

HH, TT, TH, HT

$P(0H) + P(1H)$

\downarrow
 $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

:- A coin tossed 3 times :-

HHH	TTT	$= 2^3 = 8$
HHT	TTH	
HTH	THT	
THH	HTT	

1) $P(\text{all head}) = \frac{1}{8}$

2) $P(\text{all tail}) = \frac{1}{8}$

3) $P(\text{At least 1 H}) = \text{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT}$
 $= \frac{7}{8}$
 $\rightarrow 1 - P(\text{No head})$
 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

4) At least 2 tail

TTT, TTH, THT, HTT
 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

5) Atmost 2 Head
(ज्यादा से ज्यादा)

$P(0H) + P(1H) + P(2H)$

$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

$1 - P(\text{All head}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Q) When a coin is tossed once, what is the probability of getting head?
 जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है, तो चित आने की संभावना क्या है?

$P(T) = \frac{1}{2}$

Q) If three coins are tossed at a time, find the probability of at least one head coming up?

एक बार में तीन सिक्के उछालने पर, कम से कम एक टैड आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

HHH	TTT✓	$= 2^3$
HHT	TTH	
HTH	THT	
THH	HTT	

$P(\text{at least 1H})$

$1 - P(\text{No Head})$

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Q) A coin is tossed twice at random. What is the probability of getting the same face?

एक सिक्का यादृच्छया दो बार उछाला जाता है। दोनों बार समान पटलु आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

HH, TT, HT, TH
 $P(\text{same face})$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Q) If a coin is tossed thrice, find the probability of getting one or two heads.

यदि एक सिक्के को तीन बार उछाला जाता है तो सिक्के में एक या दो चित आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

HHH	TTT	$2^3 = 8$
✓HHT	TTH✓	
✓HTH	THT✓	
✓THH	HTT✓	

$$P(1H) = \frac{3}{8}$$

$$P(2H) = \frac{3}{8}$$

$$P(1H \cup 2H) = \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$A \cup B = P(A) + P(B)$

↓
या तो A या B

Q) A coin is biased so that heads comes up thrice as likely as tails. In four independent tosses of the coin, what is probability of getting exactly three heads?

एक सिक्का इस प्रकार अभिनत है कि उसमें चित (Head) आने की संभावना पट (tail) आने की संभावना से तिगुनी है। सिक्के के चार स्वतंत्र उछालों में सटीक तीन चित आने की क्या प्रायिकता है?

$$P(H) : P(T)$$

$$3 : 1$$

$$P(H) = \frac{3}{4} \quad P(T) = \frac{1}{4}$$

$$H \ H \ H \ T$$

$$\downarrow$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{27}{256}$$

Compulsory event

$$A \cap B = P(A) \times P(B)$$

Q) A coin is biased so that heads comes up thrice as likely as tails. For three independent tosses of a coin, what is the probability of getting at most two tails?

एक सिक्का इस प्रकार अभिनत (पक्षपातपूर्ण) है कि इसके चित आने की संभावना इसके पट आने की संभावना की तुलना में तीन गुना है। इस सिक्के के तीन स्वतंत्र उछालों में, अधिक से अधिक दो पट आने की प्रायिकता क्या है?

$$P(H) : P(T)$$

$$3 : 1$$

$$P(H) = \frac{3}{4} \quad P(T) = \frac{1}{4}$$

$$P(0T) = H \ H \ H$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{27}{64} \right)$$

$$P(1T) = HHT, HTH, THH$$

$$\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \right) \times 3 = \left(\frac{27}{64} \right)$$

$$P(2T) = TTH, THT, HTT$$

$$\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) \times 3 = \frac{9}{64}$$

$$P(0T) + P(1T) + P(2T)$$

$$\frac{27}{64} + \frac{27}{64} + \frac{9}{64} = \frac{63}{64} = 0.98$$

2nd Method

$$P(H) : P(T)$$

$$3 : 1$$

$$P(H) = \frac{3}{4} \quad P(T) = \frac{1}{4}$$

$P(\text{at least 2 tail})$

$$1 - P(\text{all tail})$$

TTT

$$1 - \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right)$$

$$1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

$$0.98$$

- Q) The probability of getting at least one tail in 4 throws of a coin is?
एक सिक्के को चार बार उछालने पर कम से कम एक पट आने की प्रायिकता क्या है ?

$$\text{Total Outcome} = 2^4 = 16$$

(at least one tail)

$$1 - \frac{1}{16}$$

$$\frac{15}{16}$$

$$1 - P(\text{No tail})$$

↓
HHHH

- Q) A fair coin is tossed four times. The probability that heads exceed tails in number, is.

एक संतुलित सिक्का 4 बार उछाला जाता है। तदनुसार, चिंत की संख्या पट से ज्यादा आने की प्रायिकता है।

$$n_{CH} = 1$$

$$\text{Total outcome} = 2^4 = 16$$

$$\text{No. of H} > \text{No. of T}$$

$$4 \text{ Head, } 3 \text{ H, 1 T, } \cancel{2 \text{ H, 2 T}}$$

$$\frac{{}^4C_4}{{}^4C_4} + \frac{{}^4C_3}{{}^4C_3}$$

$$\frac{1}{16} + \frac{\frac{4!}{3!1!}}{16}$$

$$\frac{1}{16} + \frac{\frac{4 \times 3!}{3!}}{16} = \frac{5}{16}$$

Q) A coin is tossed 5 times one after the other. Find the probability of getting at least 3 heads?

एक सिक्के को एक के बाद एक 5 बार उछाला जाता है। कम से कम उचित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

At least 3 Head

$$P(3H) + P(4H) + P(5H)$$

$${}^5C_3 \quad {}^5C_4 \quad {}^5C_5$$

$$\text{Total Outcomes} = 2^5 = 32$$

$$\frac{{}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5}{32}$$

$$\frac{\frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{4!1!} + 1}{3!}$$

$$\frac{10 + 5 + 1}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

Q) 6 coins are thrown together. What is the probability of getting at least 4 heads?

6 सिक्के एक साथ फेंके जाते हैं। कम से कम 4 उचित आने की प्रायिकता क्या है?

At least 4 head

$$P(4H) + P(5H) + P(6H)$$

$${}^6C_4 \quad {}^6C_5 \quad {}^6C_6$$

$$\text{Total Outcome} = 2^6 = 64$$

$$\frac{{}^6C_4 + {}^6C_5 + {}^6C_6}{64}$$

$$\frac{\frac{6!}{4!2!} + \frac{6!}{5!1!} + 1}{64}$$

$$\frac{15 \frac{30}{2} + 6 + 1}{64} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

- Q) 3 coins are tossed. Find the probability of exactly 2 heads?
3 सिक्के उछाले गए। ठीक 2 चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

$$P(2H) = {}^3C_2$$

$$\text{Total Outcomes} = 2^3 = 8$$

$$\frac{{}^3C_2}{8}$$

$$\frac{\frac{3!}{2!1!}}{8} = \frac{3}{8}$$

- Q) 4 coins are tossed once. Find the probability of exactly 3 tails?
4 सिक्के एक बार उछाले जाते हैं। बिल्कुल 3 पट आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

$$P(3T) = {}^4C_3$$

$$\text{Total Outcomes} = 2^4$$

$$\frac{{}^4C_3}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} [{}^nC_{n-1} &= n] \\ [{}^nC_n &= 1] \end{aligned}$$

- Q) Three unbiased coins are tossed. What is the probability of getting at most two heads?
तीन निष्पक्ष सिक्कों को उछाला जाता है। अधिकतम दो चित आने की प्रायिकता क्या है?

Almost 2 head

$$1 - P(\text{all head})$$

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Q) 3 coins are tossed. Find the probability of at least 1 head and 1 tail?
 3 सिक्के उछाले गए। कम से कम 1 चित और 1 पट की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ?

$$1 - [P(\text{all head} \& \text{all tail})]$$

$$1 - \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Q) A coin is tossed a fixed number of times. If the probability of getting 4 heads equals the probability of getting 7 heads, then the probability of getting 2 heads is ?

एक सिक्के को एक निश्चित संख्या में उछाला जाता है। यदि 4 चित आने की प्रायिकता 7 चित आने की प्रायिकता के बराबर है, तो 2 चित आने की प्रायिकता है ?

$$\frac{{}^nC_4}{{}^n2^4} = \frac{{}^nC_7}{{}^n2^4}$$

$${}^nC_4 = {}^nC_7$$

$${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$$

$$r + n - r = n$$

$$n = 4 + 7 = 11$$

$$\text{Total Outcome} = 2^n = 2048$$

$$\frac{{}^{11}C_2}{2048} = \frac{11!}{2!9!}$$

$$\frac{11 \times 10}{2} = \frac{55}{2048}$$

Q) The probability of getting 4 heads in 8 throws of a coin, is?
 एक सिक्के को 8 बार उछालने पर 4 चित आने की प्रायिकता क्या है?

Total Outcomes = 2^8

$$\frac{{}^8C_4}{2^8}$$

$$\frac{\frac{8!}{4!4!}}{256} = \frac{\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!4!}}{256}$$

$$\frac{70}{256} = \frac{35}{128}$$

1. Two fair coins are tossed. Find the probability of obtaining Two heads .

दो निष्पक्ष सिक्के उछाले जाते हैं। दो चित प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (a) 1
- (b) $\frac{2}{3}$
- (c) $\frac{1}{2}$
- (d) $\frac{1}{4}$

2. Two fair coins are tossed. Find the probability of obtaining One head and one tail .

दो निष्पक्ष सिक्के उछाले जाते हैं। एक चित और एक पट प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) 1
- (c) $\frac{1}{3}$
- (d) $\frac{2}{3}$

3. Two fair coins are tossed. Find the probability of obtaining Two tails.

दो निष्पक्ष सिक्के उछाले जाते हैं। दो पट प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

- (a) 1
- (b) $\frac{1}{4}$
- (c) $\frac{2}{3}$
- (d) $\frac{1}{2}$

4. If three coins are tossed at a time, then the probability of getting atleast two heads, is? यदि एक बार में तीन सिक्कों को उछाला जाता है, तो कम से कम दो

चित आने की प्रायिकता क्या होती है?

- (a) $\frac{7}{8}$
- (b) $\frac{5}{8}$
- (c) $\frac{3}{8}$
- (d) $\frac{1}{2}$

5. A coin is tossed thrice. What is the probability of getting exactly two heads?

एक सिक्का तीन बार उछाला जाता है। ठीक दो चित प्रकट होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (a) $1/2$
- (b) $1/4$
- (c) $3/8$
- (d) $5/8$

6. If a coin is tossed thrice, find the probability of getting one or two heads.

यदि एक सिक्के को तीन बार उछाला जाता है तो सिक्के में एक या दो शीर्ष आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

- (a) $\frac{5}{8}$
- (b) $\frac{6}{4}$
- (c) $\frac{3}{4}$
- (d) $\frac{4}{5}$

7. The probability of getting at least one tail in 4 throws of a coin is

एक सिक्के को 4 बार उछालने पर कम से कम एक पट आने की प्रायिकता है

- (a) $\frac{1}{4}$
- (b) $\frac{1}{16}$
- (c) $\frac{3}{4}$
- (d) $\frac{15}{16}$

8. A biased coin with the probability of getting head equal to $\frac{1}{4}$ is tossed five times. What is the probability of getting tail in all the first four tosses followed by head?

1/4 के बराबर हेड आने की संभावना वाला एक पक्षपाती सिक्का पांच बार उछाला जाता है। पहले सभी चार टॉस में हेड के बाद टेल आने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{81}{512}$
 (b) $\frac{81}{1024}$
 (c) $\frac{81}{256}$
 (d) $\frac{27}{1024}$

9. If eight coins are tossed, what is the chance that one and only one will turn up head?

यदि आठ सिक्के उछाले जाते हैं, तो क्या संभावना है कि एक और केवल एक ही हेड पर आएगा?

- (a) $1/16$
 (b) $3/35$
 (c) $3/32$
 (d) $1/32$

10. A fair coin is tossed repeatedly. If head appears on the first four tosses then the probability of appearance of tail on the fifth toss is

एक निष्पक्ष सिक्के को बार-बार उछाला जाता है। यदि पहले चार टॉस पर हेड आता है तो पांचवें टॉस पर टेल आने की संभावना है

- (a) $\frac{1}{7}$

- (b) $\frac{1}{2}$
 (c) $\frac{3}{7}$
 (d) $\frac{2}{3}$

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	B	D	C	C	D	B	B	B

Worksheet solution

Sol 1

The event would be head and head

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Sol 2

The event would be head and tail
OR tail and head

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Sol 3

The event would be tail
and tail

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Sol 4

$$n(s) = 2^3 = 8$$

$$n(E) = \left\{ \begin{array}{l} \text{HHT, HTH, THH,} \\ \text{HHH} \end{array} \right\} = 4$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(s)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Sol 5

$$n(E) = \{ \text{HHT, THH, HTH} \} = 3$$

$$n(s) = 2^3 = 8$$

$$\therefore P(E) = \frac{3}{8}$$

Sol 6

$$n(s) = (2)^3 = 8$$

$$n(E) = \{ \text{HHT, HTH,} \\ \text{THH, THT,} \\ \text{TTH, HTT} \}$$

$$= 6$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(s)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Sol 7

$$n(s) = 2^4 = 16$$

Probability of getting at most
4 tails = $\frac{1}{16}$

$$\text{Required Probability} = 1 - \frac{1}{16} \\ = \frac{15}{16}$$

Sol 8

$$P(T) = 1 - P(H)$$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

P (getting a tail in
first 4 tosses
and a head in
fifth toss)

$$= \{ P(T) \cdot P(T) \cdot P(T) \\ P(T) \cdot P(H) \}$$

[all are independent
events]

$$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{81}{1024}$$

Sol 9

one head and seven tails
would have eight positions
where the head can come

$$\text{Thus} = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$= \frac{1}{32} \text{ Ans}$$

Sol 10

The appearance of
head or tail on a toss
is independent of
previous occurrences.

$$\text{Hence, } \frac{1}{2}.$$