ALGEBRA

TYPE-V

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

$a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$

Put $a=x$, $b=\frac{1}{x}$

$x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$$\boxed{x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2}$$

if $x+\frac{1}{x} = k$

then $x^2+\frac{1}{x^2} = (k^2-2) = (P)$

$x^4+\frac{1}{x^4} = (P^2-2) = Q$

$x^8+\frac{1}{x^8} = Q^2-2$

$(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$

$a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$

$x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$$\boxed{x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 2}$$

if $x-\frac{1}{x} = k$

$x^2+\frac{1}{x^2} = (k^2+2) = P$

$x^4+\frac{1}{x^4} = P^2-2$

- If $x+\frac{1}{x} = a$, then, $x^2+\frac{1}{x^2} = a^2-2$
- If $x-\frac{1}{x} = a$, then, $x^2+\frac{1}{x^2} = a^2+2$

Q) If $x+\frac{1}{x} = 15$, then find the value of $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$.

यदि $x+\frac{1}{x} = 15$ है, तो $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

15^2-2

$225-2$

223

Q) If $\left(a+\frac{1}{a}\right) = 6$, then what is the value of $\frac{3}{4}\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)$?

यदि $\left(a+\frac{1}{a}\right) = 6$ है, तब $\frac{3}{4}\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)$ का मान क्या है?

$$a^2+\frac{1}{a^2}=6^2-2$$
$$36-2$$
$$=34$$
$$\frac{3}{\cancel{4}_2}\times\overset{17}{\cancel{34}}=\frac{51}{2}=25.5$$

Q) If $\left(x-\frac{1}{x-1}\right)=3$, then find the value of $(x-1)^2+\frac{1}{(x-1)^2}$

यदि $\left(x-\frac{1}{x-1}\right)=3$, तो $\underset{a}{(x-1)}^2+\frac{1}{\underset{a}{(x-1)}^2}$ का मान ज्ञात करें ?

$a^2+\frac{1}{a^2}$

$$x-\frac{1}{x-1}-1=3-1$$
$$\underset{a}{(x-1)}-\frac{1}{\underset{a}{(x-1)}}=2$$
$$a-\frac{1}{a}=2$$
$$a^2+\frac{1}{a^2}=2^2+2=6$$

Q) If $x-\frac{2}{x}=15$, then the value of $\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)$ is.

यदि $x-\frac{2}{x}=15$ है, तो $\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात करें।

$$x^2+\frac{4}{x^2}-2\times\cancel{x}\times\frac{2}{\cancel{x}}=225$$
$$x^2+\frac{4}{x^2}=225+2\times2$$
$$=229$$

II

$$15^2+2\times2$$
$$225+4$$
$$=229$$

* $2x+\frac{3}{x}=8$

$4x^2+\frac{9}{x^2}=?$

$8^2-2\times2\times3$

$64-12$

52

Q) If $\left(5y+\frac{5}{y}\right)=11$, find the value of $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$?

यदि $\left(5y+\frac{5}{y}\right)=11$ है, $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$5\left(y+\frac{1}{y}\right)=11$

$y+\frac{1}{y}=\frac{11}{5}$

$y^2+\frac{1}{y^2}=\left(\frac{11}{5}\right)^2-2$

$\frac{121}{25}-2$

$\frac{121-50}{25}=\frac{71}{25}=2\frac{21}{25}$

Q) If $7b-\frac{1}{4b}=7$, then what is the value of $16b^2+\frac{1}{49b^2}$.

यदि $7b-\frac{1}{4b}=7$ है, तो $16b^2+\frac{1}{49b^2}$ का मान क्या है?

$\frac{4}{7}\left(7b-\frac{1}{4b}=7\right)$

$4b-\frac{1}{7b}=\cancel{7}\times\frac{4}{\cancel{7}}=4$

$16b^2+\frac{1}{49b^2}=4^2+2\times4\times\frac{1}{7}$

$16+\frac{8}{7}=\frac{120}{7}$

Q) If $\left(3y-\frac{3}{y}\right)=5$, find the value of $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$.

यदि $\left(3y-\frac{3}{y}\right)=5$ है, तो $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$3\left(y-\frac{1}{y}\right)=5$$

$$y-\frac{1}{y}=\frac{5}{3}$$

$$y^2+\frac{1}{y^2}=\left(\frac{5}{3}\right)^2+2$$

$$\frac{25}{9}+2=\frac{43}{9}$$

Q) If $(a-2)+\frac{1}{(a+2)}=-1$, then find the value of $(a+2)^2+\frac{1}{(a+2)^2}$.

यदि $(a-2)+\frac{1}{(a+2)}=-1$ है, तो $(a+2)^2+\frac{1}{(a+2)^2}$ का मान क्या होगा?

$$4+(a-2)+\frac{1}{(a+2)}=-1+4$$

$$(a+2)+\frac{1}{(a+2)}=3$$

$$(a+2)^2+\frac{1}{(a+2)^2}=3^2-2$$

7

Q) If $x+\frac{16}{x}=8$, then find the value of $x^2+\frac{32}{x^2}$.

यदि $x+\frac{16}{x}=8$ है, तो $x^2+\frac{32}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$4+\frac{16}{4}$

8

$x=4$

$4^2+\frac{32^2}{4^2}$

$16+2=18$

$x^2+\frac{1}{x^2}=K$

$x+\frac{1}{x}=\sqrt{K+2}$

$x^4+\frac{1}{x^4}=47$

$x^2+\frac{1}{x^2}=\sqrt{47+2}$

$\sqrt{49}=7$

$x+\frac{1}{x}=?=\sqrt{7+2}=\sqrt{9}=3$

$x^2+\frac{1}{x^2}=K$

$x-\frac{1}{x}=\sqrt{K-2}$

$x^4+\frac{1}{x^4}=47$

$x^2+\frac{1}{x^2}=\sqrt{47+2}=7$

$x-\frac{1}{x}=?$ $\sqrt{7-2}$ $\sqrt{5}$

$x+\frac{1}{x}=k$

$x-\frac{1}{x}=\sqrt{k^2-4}$

$x-\frac{1}{x}=k$

$x+\frac{1}{x}=\sqrt{k^2+4}$

$x^2+\frac{1}{x^2}=k^2-2$

$x-\frac{1}{x}=\sqrt{k^2-2-2}$

$=\sqrt{k^2-4}$

Q) If $x^2-7x+1=0$ and $0<x<1$, what is the value of $x^2-\frac{1}{x^2}$?

यदि $\frac{x^2-7x+1}{x}=\frac{0}{x}$ और $0<x<1$, $x^2-\frac{1}{x^2}$ का मान क्या है ?,

$x-7+\frac{1}{x}=0$

$x+\frac{1}{x}=7$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$\sqrt{7^2-4}$ $\quad$ 7

$\sqrt{49-4}$

$=\sqrt{45}$

9×5

$3\sqrt{5}$

$7\times3\sqrt{5}$

$21\sqrt{5}$

Q) If $3x^2-5x+1=0$, then the value of $\left(x^2+\frac{1}{9x^2}\right)$ is .

यदि $\frac{3x^2-5x+1}{x}=\frac{0}{x}$ है, तो $\left(x^2+\frac{1}{9x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$x^2+\frac{1}{(3x)^2}$

$\frac{1}{3}\left(3x+\frac{1}{x}=+5\right)$

$x+\frac{1}{3x}=\frac{5}{3}$

$x^2+\frac{1}{3x^2}=\left(\frac{5}{3}\right)^2-2\times\frac{1}{3}$

$\frac{25}{9}-\frac{2}{3}\times\frac{3}{3}$

$\frac{25-6}{9} = \frac{19}{9} = 2\frac{1}{9}$

$x+\frac{1}{x}=a$	$x-\frac{1}{x}=a$
$x^3+\frac{1}{x^3}=a^3-3a$	$x^3-\frac{1}{x^3}=a^3+3a$

Q) If $x+\frac{1}{x}=7$, then find the value of $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$

यदि $x+\frac{1}{x}=7$ है, तो $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$7^3-3\times7$

$343-21$

322

Q) If $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=3$, then the value of $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ is

यदि $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=3$ हो, तो $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ का मान है।

$x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

$x^3+\frac{1}{x^3}=(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

0

*** Standard Result**

if, $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

↓

then $x^3+\frac{1}{x^3}=0$

or, $\boxed{x^6=-1}$

Q) If $x+\frac{1}{16x}=1$, then the value of $64x^3+\frac{1}{64x^3}$ is

यदि $x+\frac{1}{16x}=1$, तो $64x^3+\frac{1}{64x^3}$ का मान है।

$(4x)^3+\frac{1}{(4x)^3}$

$4\left(x+\frac{1}{16x}=1\right)$

$4x+\frac{1}{4x}=4$

$(4x)^3+\frac{1}{(4x)^3}=4^3-3\times4$

$64-12=52$

Q) If $x-\frac{1}{x}=11$, then the value of $x^3-\frac{1}{x^3}$

यदि $x-\frac{1}{x}=11$ हो, तो $x^3-\frac{1}{x^3}$ का मान है

$11^3+3\times11$

$1331+33$

1364

Q) If $x\left(3-\frac{2}{x}\right)=\frac{3}{x}$, then find the value of $x^3-\frac{1}{x^3}$.

यदि $x\left(3-\frac{2}{x}\right)=\frac{3}{x}$ है, तो $x^3-\frac{1}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$3x-2=\frac{3}{x}$

$3\left(x-\frac{1}{x}\right)=2$

$\boxed{x-\frac{1}{x}=\frac{2}{3}}$

$x^3-\frac{1}{x^3}=\left(\frac{2}{3}\right)^3+\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}$

$\frac{8}{27}+2$

$\frac{62}{27}$

Q) If $x-\frac{1}{x}=\sqrt{77}$, then one of the values of $x^3-\frac{1}{x^3}$ is .

यदि $x-\frac{1}{x}=\sqrt{77}$ है, तो $x^3-\frac{1}{x^3}$ के मानों में से एक मान है।

$(\sqrt{77})^3+3\sqrt{77}$

$77\sqrt{77}+3\sqrt{77}$

$80\sqrt{77}$

$(\sqrt{a})^3=a\sqrt{a}$

Q) If $x+\frac{1}{15x}=3$, then the value of $9x^3+\frac{1}{375x^3}$ is.

यदि $x+\frac{1}{15x}=3$ है, तो $\left(9x^3+\frac{1}{375x^3}\right)$ का मान है।

$3\left(x+\frac{1}{15x}=3\right)$

$3x+\frac{1}{5x}=9$

$\frac{1}{3}\times 3\left(9x^3+\frac{1}{375x^3}\right)$

$\frac{1}{3}\left[27x^3+\frac{1}{125x^3}\right]$

$27x^3+\frac{1}{125x^3}=9^3-3\times 9\times 3\times\frac{1}{5}$

$729-\frac{81}{5}$

$729-16.2$

712.8

$\frac{1}{3}\times 712.8$

237.6

Q) If $a-\frac{1}{a-3}=5$, then the value of $(a-3)^3-\frac{1}{(a-3)^3}$ is.

यदि $a-\frac{1}{a-3}=5$, तो $(a-3)^3-\frac{1}{(a-3)^3}$ का मान है।

$a-\frac{1}{a-3}=5$

-3

$(a-3)-\frac{1}{(a-3)}=2$

$(a-3)^3-\frac{1}{(a-3)^3}=2^3+3\times 2$

$8+6=14$

Q) If $x^2-5\sqrt{5}x+1=0$, and $x>0$ what is the value of $\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)$?

यदि $\frac{x^2-5\sqrt{5}x+1}{x}=\frac{0}{x}$ और $x>0$ है, तो $\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)$ का मान क्या है?

$x+\frac{1}{x}=5\sqrt{5}$

$x-\frac{1}{x}=\sqrt{(5\sqrt{5})^2-4}$

$\sqrt{125-4}=\sqrt{121}$

$=11$

$11^3+3\times 11$

$1331+33$

1364

Q) If $x^2+\frac{1}{x^2}=98$, then the value of $x+\frac{1}{x}$ is.

यदि $x^2+\frac{1}{x^2}=98$ है, तो $x+\frac{1}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$x+\frac{1}{x}=\sqrt{98+2}$$
$$\sqrt{100}$$
$$=10$$

Q) If $x^2+\frac{1}{x^2}=14$, then what is the value of $x^3+\frac{1}{x^3}$? $(x>0)$.

यदि $x^2+\frac{1}{x^2}=14$ है, तो $x^3+\frac{1}{x^3}$ का मान क्या है? $(x>0)$

$$x+\frac{1}{x}=\sqrt{14+2}$$
$$=4$$

$$4^3-3\times4$$
$$64-12$$
$$52$$

Q) If $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=18$ and $x>1$, what is the value of $\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)$?

यदि $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=18$ और $x>1$, तो $\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)$ का मान क्या है?

$$x-\frac{1}{x}=\sqrt{18-2}$$
$$(4)$$

$$4^3+3\times4$$
$$64+12$$
$$76$$

1. If $\frac{1}{x}+x=4$, then find the value of $\frac{1}{x^2}+x^2$.
यदि $\frac{1}{x}+x=4$ है, तो $\frac{1}{x^2}+x^2$ का मान ज्ञात कीजिए।
(a) 5
(b) 7
(c) 15
(d) 14

2. If $\left(z+\frac{1}{z}\right)=4$, then what will be the value of $\frac{1}{2}\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)$?
यदि $\left(z+\frac{1}{z}\right)=4$, तो $\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)$ का मान क्या होगा?
(a) 16
(b) 7
(c) 8
(d) 14

3. If $x+\frac{1}{x}=\frac{17}{4}, x>1$, then find the value of $x-\frac{1}{x}$.
यदि $x+\frac{1}{x}=\frac{17}{4}, x>1$ है, तो $x-\frac{1}{x}$ का मान ज्ञात करें।
(a) $\frac{8}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$
(c) $\frac{9}{4}$ (d) $\frac{15}{4}$

4. If $x-3=\frac{1}{2x}$, then what is the value of $\left(x^4+\frac{1}{16x^4}\right)$
यदि $x-3=\frac{1}{2x}$ है, तो $\left(x^4+\frac{1}{16x^4}\right)$ का मान क्या होगा ?
(a) 11
(b) $99\frac{1}{2}$
(c) 98
(d) 10

5. If $\left(x+\frac{2}{x}\right)=7$, then the value of $\left(2x^2+\frac{8}{x^2}\right)$ is.
यदि $\left(x+\frac{2}{x}\right)=7$ है, तो $\left(2x^2+\frac{8}{x^2}\right)$ का मान है।
(a) 50 (b) 44
(c) 94 (d) 90

6. If $\left(2y+\frac{2}{y}\right)=7$, find the value of $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$.
यदि $\left(2y+\frac{2}{y}\right)=7$ है, तो $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।
(a) $\frac{45}{4}$ (b) $\frac{49}{4}$
(c) $\frac{49}{2}$ (d) $\frac{41}{4}$

7. If $\left(2a+\frac{3}{a}-1\right)=11$, then find the value of $\left(4a^2+\frac{9}{a^2}\right)$.

यदि $\left(2a+\frac{3}{a}-1\right)=11$ है, तो $\left(4a^2+\frac{9}{a^2}\right)$ का मान ज्ञात करें।

(a) 121
(b) 110
(c) 132
(d) 148

8. If $x^2-4x-1=0$, then find the value of $x^2+\frac{1}{x^2}-5$

यदि $x^2-4x-1=0$ है, तो $x^2+\frac{1}{x^2}-5$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 13
(b) 12
(c) 17
(d) 15

9. If $30x^2-15x+1=0$, then find the value of $25x^2+\left(36x^2\right)^{-1}$

यदि $30x^2-15x+1=0$ है, तो $25x^2+\left(36x^2\right)^{-1}$ का मान ज्ञात करें।

(a) $6\frac{1}{4}$
(b) $\frac{65}{12}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) $\frac{55}{12}$

10. If $x+\frac{1}{x}=5$, then find the value of $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$.

यदि $x+\frac{1}{x}=5$ है, तो $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 110
(b) 115
(c) 112
(d) 125

11. If $2x+\frac{2}{x}=1$, then the value of $x^3+\frac{1}{x^3}$ is.

यदि $2x+\frac{2}{x}=1$ हो, तो $x^3+\frac{1}{x^3}$ का मान है।

(a) $-\frac{13}{8}$
(b) $\frac{8}{11}$
(c) $-\frac{11}{8}$
(d) $\frac{13}{8}$

12. If $x+\frac{1}{16x}=3$, then the value of $16x^3+\frac{1}{256x^3}$ will be

यदि $x+\frac{1}{16x}=3$ है, तो $16x^3+\frac{1}{256x^3}$ का मान होगा-

(a) 423 (b) 441

(c) 414 (d) 432

13. If $\left(y-\frac{1}{y}\right)=\dot{9}$, then find the value of $\left(y^3-\frac{1}{y^3}\right)$.

यदि $\left(y-\frac{1}{y}\right)=9$ हो, तो $\left(y^3-\frac{1}{y^3}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 729

(b) 702

(c) 766

(d) 756

14. If $\left(x-\frac{1}{x-2}\right)=7$, then what is the value of $(x-2)^3-\frac{1}{(x-2)^3}$?

यदि $\left(x-\frac{1}{x-2}\right)=7$ है, तो $(x-2)^3-\frac{1}{(x-2)^3}$ का मान क्या है?

(a) 115

(b) 140

(c) 125

(d) 130

15. If $x+\frac{1}{x}=\sqrt{13}$, then the value of $x^3-\frac{1}{x^3}$ is

यदि $x+\frac{1}{x}=\sqrt{13}$ हो, तो $x^3-\frac{1}{x^3}$ का मान है।

(a) 36

(b) 34

(c) 30

(d) N.O.T.

16. If $x+\frac{1}{3x}=5$, then the value of $27x^3+\frac{1}{x^3}$ is.

यदि $x+\frac{1}{3x}=5$ है, तो $27x^3+\frac{1}{x^3}$ का मान है।

(a) 3042

(b) 3420

(c) 3240

(d) 3024

17. If $x+5+\frac{1}{x+1}=6$, then the value of $(x+1)^3+\frac{1}{(x+1)^3}$ is?

यदि $x+5+\frac{1}{x+1}=6$ हो, तो $(x+1)^3+\frac{1}{(x+1)^3}$ का मान क्या होगा?

(a) 4

(b) 0

(c) -2

(d) 2

18. If $x^4 - 83x^2 + 1 = 0$, then the value of $x^3 - x^{-3}$.
यदि $x^4 - 83x^2 + 1 = 0$, तो $x^3 - x^{-3}$ का मान है।
(a) 737 (b) 739
(c) 756 (d) 758

19. If $\left(x^2 + \frac{1}{49x^2}\right) = 15\frac{5}{7}$, then find the value of $\left(x + \frac{1}{7x}\right)$.
यदि $\left(x^2 + \frac{1}{49x^2}\right) = 15\frac{5}{7}$ है, तो $\left(x + \frac{1}{7x}\right)$ का मान ज्ञात करें।
(a) ± 7
(b) 4
(c) 7
(d) ± 4

20. If $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, then the value of $x^3 + \frac{1}{x^3}$ where $x > 0$ is.
यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ है, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान ज्ञात करें जहाँ $x > 0$ है।
(a) 15
(b) 18
(c) 12
(d) 16

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	D	B	D	D	C	A	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	D	B	A	C	D	C	D	B

Worksheet solution

Sol 1 By using formula

If $x+\frac{1}{2}=a$ then $x^2+\frac{1}{x}=a^2-2$

$\therefore \quad \frac{1}{x^2}+x^2=(4)^2-2$

$=16-2=14$ Ans

Sol 2

$\frac{1}{2}\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)=\frac{1}{2}[4^2-2]$

$=\frac{1}{2}\times 14$

$=7$ Ans

Sol 3

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\times\cancel{x}\cdot\frac{1}{\cancel{x}}$

$=\left(\frac{17}{4}\right)^2-4$

$=\frac{289}{16}-4$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\frac{225}{16}$

$x-\frac{1}{x}=\frac{15}{4}$ Ans

Sol 4

$x-3=\frac{1}{2x}$

$x-\frac{1}{2x}=3$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$x^2+\frac{1}{4x^2}=9+1$

$x^2+\frac{1}{4x^2}=10$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$x^4+\frac{1}{16x^4}=100-\frac{1}{2}$

$=\frac{199}{2}=99\frac{1}{2}$ Ans

Sol 5

If $x+\frac{1}{x}=a$, then

$x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2$

$2x^2+\frac{8}{x^2}=2\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)$

$=2[(7)^2-2\times 2]$

$=2[49-2\times 2]$

$=90$ Ans

Sol 6 प्रश्नानुसार

$2y+\frac{2}{y}=7 \Rightarrow y+\frac{1}{y}=\frac{7}{2}$

$y^2+\frac{1}{y^2}=\left(\frac{7}{2}\right)^2-2$

$=\frac{49}{4}-2$

$=\frac{41}{4}$ Ans

Sol 7

$$2a+\frac{3}{a}-1=11$$

$$2a+\frac{3}{a}=12$$

$$4a^2+\frac{9}{a^2}=(12)^2-2\times2\times3$$

$$\left(\because 2a\times\frac{3}{a}=2\times3\right)$$

$$=144-12$$

$$=132 \text{ Ans}$$

Sol 8

If $x-\frac{1}{x}=a$, then

$$x^2+\frac{1}{x^2}=a^2+2$$

ATQ $x^2-4x-1=0$

Divide by x

$$x-\frac{1}{x}=4$$

Now,

$$x^2+\frac{1}{x^2}-5=(4)^2+2-5$$

$$=16+2-5$$

$$=13 \text{ Ans}$$

Sol 9

$30x^2-15x+1=0$

Divide by x

$$30x+\frac{1}{x}=15$$

6 से भाग देने पर

$$5x+\frac{1}{6x}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$$

$$25x^2+\frac{1}{36x^2}+2\times5x+\frac{1}{6x}=\frac{25}{4}$$

$$25x^2+\frac{1}{36x^2}=\frac{25}{4}-\frac{5}{3}=\frac{55}{12} \text{ Ans}$$

Sol 10

If $x+\frac{1}{x}=a$, then

$$\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=a^3-3a$$

$$\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=(5)^3-3\times5$$

$$=125-15$$

$$=110$$

Sol 11

$2x+\frac{2}{x}=1 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

Now

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(\frac{1}{2}\right)^3-3\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{8}-\frac{3}{2}$$

$$=\frac{1-12}{8}=\frac{-11}{8}$$

Sol 12

$$x+\frac{1}{16x}=3$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$x^3+\frac{1}{4096x^3}+3x\times\frac{1}{16x}\left(x+\frac{1}{16x}\right)=27$$

$$x^3+\frac{1}{4096x^3}=27-\frac{9}{16}$$

$$=\frac{423}{16}$$

दोनों पक्षों में 16 से गुणा करने पर

$$16x^3+\frac{1}{256x^3}=16\times\frac{423}{16}$$

$$=423 \text{ Ans}$$

Sol 13 If $x - \frac{1}{x} = a$, then

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 + 3a$$

than

$$y^3 - \frac{1}{y^3} = (9)^3 + 3 \times 9$$

$$= 729 + 27$$

$$= 756 \text{ Ans}$$

Sol 14 प्रश्नानुसार -

$$x - \frac{1}{x-2} = 7$$

$$(x-2) - \frac{1}{(x-2)} = 5$$

$$(x-2)^3 - \frac{1}{(x-2)^3} = 5^3 + 3 \times 5$$

$$= 125 + 15$$

$$= 140 \text{ Ans}$$

Sol 15

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 4}$$

$$= \sqrt{9} = 3$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (3)^3 + 3 \times 3$$

$$= 27 + 9 = 36 \text{ Ans}$$

Sol 16

$$x + \frac{1}{3x} = 5$$

$$3\left(x + \frac{1}{3x}\right) = 15$$

$$3x + \frac{1}{x} = 15$$

$$27x^3 + \frac{1}{x^3} = 15^3 - 3 \times 15 \times 3$$

$$= 3375 - 135 = 3240$$

Sol 17

$$x + 5 + \frac{1}{x+1} = 6$$

$$x + 5 - 4 + \frac{1}{x+1} = 6 - 4$$

$$(x+1) + \frac{1}{(x+1)} = 2$$

$$(x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3} = 2^3 - 3 \times 2$$

$$= 8 - 6 = 2 \text{ Ans}$$

Sol 18

$$x^4 - 83x^2 + 1 = 0$$

Divide by x^2

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 83$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{83 - 2} = \sqrt{81}$$

$$= 9$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (9)^3 + 3 \times 9$$

$$= 729 + 27 = 756$$

$\therefore x^3 - x^{-3} = 756$ Ans

Sol 19

$$x^2 + \frac{1}{49x^2} = 15\frac{5}{7}$$

$$x + \frac{1}{7x} = \sqrt{\frac{110}{7} + \frac{2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{112}{7}} = \sqrt{16}$$

$$= \pm 4 \text{ Ans}$$

Sol 20

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{7 + 2} = \sqrt{9} = 3$$

अतः

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (3)^3 - 3 \times 3$$

$$= 27 - 9$$

$$= 18 \text{ Ans}$$