ALGEBRA

Q) If $a^2+b^2+c^2+84=4(a-2b+4c)$, then $\sqrt{ab-bc+ca}$ is equal to:
यदि $a^2+b^2+c^2+84=4(a-2b+4c)$ है, तो $\sqrt{ab-bc+ca}$ किसके बराबर होगा।

$$2(2a-4b+8c)$$

$a=2$
$b=-4$
$c=8$

$$\sqrt{-8-(-32)+16}$$
$$\sqrt{-8+32+16}$$
$$\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

TYPE-IV

↳ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)[a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca]$
$=\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$

↳ $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$

↳ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)]$
$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)-3(ab+bc+ca)]$
$a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)]$

↳ $a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)[3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2]$

Case 1:-
$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)[a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca]$
$\overset{\shortparallel}{0}$

Case 1:- if, $\boxed{a+b+c=0}$

then $a^3+b^3+c^3-3abc=0$

$$\boxed{a^3+b^3+c^3=3abc}$$

Case 2:-

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}[\underbrace{(a-b)^2}_{=0}+\underbrace{(b-c)^2}_{=0}+\underbrace{(c-a)^2}_{=0}]$$

if $\boxed{a=b=c}$

then $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$$\boxed{a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca}$$

Q) If $(a+b+c)=0$, then what is the value of $a^3+b^3+c^3$?
यदि $(a+b+c)=0$ है, तो $a^3+b^3+c^3$ का मान क्या होगा?

$3abc$

Q) If $x+y+z=2$, $x^3+y^3+z^3-3xyz=74$. Then find the value of $(x^2+y^2+z^2)$.
यदि $x+y+z=2$, $x^3+y^3+z^3-3xyz=74$ है, तो $(x^2+y^2+z^2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)[3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2]$$

$$74=\frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2})[3(x^2+y^2+z^2)-2^2]$$

$$74+4=3(x^2+y^2+z^2)$$

$$\cancel{78}=\cancel{3}(x^2+y^2+z^2)$$

26

Q) If $(a^3+b^3+c^3-3abc)=405$ and $(a+b+c)=15$, find the value of $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$?
यदि $(a^3+b^3+c^3-3abc)=405$ और $(a+b+c)=15$ है, तो $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)[\underbrace{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}_{P}]$$

$$\cancel{405}^{27}=\frac{1}{2}\times\cancel{15}[P]$$

$P=54$

Q) If $a+b+c=15$ and $ab+bc+ca=35$, then find the value of $a^3+b^3+c^3-3abc$.
यदि $a+b+c=15$ और $ab+bc+ca=35$ है, तो $a^3+b^3+c^3-3abc$ का मान ज्ञात करें।

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)]$

$15[15^2-3X35]$

$15X[225-105]$

$15X120$

1800

Q) If $(a+b+c)=5$ and $ab+bc+ca=7$, then the value of $(a^3+b^3+c^3-3abc)$ is ?

यदि $(a+b+c)=5$ और $ab+bc+ca=7$ है, तो $a^3+b^3+c^3-3abc$ का मान कितना है ?

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)]$

$5[5^2-3X7]$

$5[25-21]$

$5X4=20$

Q) If $a+b+c=13$ and $ab+bc+ca=22$, then $a^3+b^3+c^3-3abc$ is equal to.

यदि $a+b+c=13$ और $ab+bc+ca=22$, तब $a^3+b^3+c^3-3abc$ बराबर है।

$=13[13^2-3X22]$

$13[169-66]$

$13[103]$

1339

Q) If $x+y+z=2$ and $xy+yz+zx=-11$, then the value of $x^3+y^3+z^3-3xyz$ is.

यदि $x+y+z=2$ और $xy+yz+zx=-11$, तब $x^3+y^3+z^3-3xy$ का मान है।

$2[2^2-3X(-11)]$

$2[4+33]$

$2X37$

74

Q) If $(a+b+c)=14$ and $(a^3+b^3+c^3-3abc)=98$, find the value of $(ab+bc+ca)$

यदि $(a+b+c)=14$ और $(a^3+b^3+c^3-3abc)=98$ है, तो $(ab+bc+ca)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$7 \cancel{98} = \cancel{14}[14^2 - 3(\underbrace{ab+bc+ca}_{P})]$$

$$7 = [196 - 3P]$$

$$\cancel{3}P = \cancel{189}$$

$$P = 63$$

Q) If $a^3+b^3+c^3-3abc = 250$, and $a+b+c = 10$ then find the value of $\frac{1}{5}(ab+bc+ca)$.

यदि $a^3+b^3+c^3-3abc = 250$ और $a+b+c = 10$ है, तो $\frac{1}{5}(\underbrace{ab+bc+ca}_{P})$ का मान ज्ञात करें

$$250 = 10[10^2 - 3P]$$

$$25 = 100 - 3P$$

$$\cancel{3}P = \cancel{75}\ 25$$

$$\boxed{P = 25}$$

$$\frac{1}{5}P = \frac{1}{\cancel{5}} \times \cancel{25}$$

$$5$$

Q) If $a+b+c = 7$, $ab+bc+ca = 11$ and $abc = -1$ then $a^3+b^3+c^3$ is equal to

यदि $a+b+c = 7$, $ab+bc+ca = 11$ और $abc = -1$ तो $a^3+b^3+c^3$ किसके बराबर है।

$$\underbrace{a^3+b^3+c^3}_{P} - 3abc = (a+b+c)[(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca)]$$

$$P - 3(-1) = 7[7^2 - 3(11)]$$

$$P + 3 = 7[49 - 33]$$

$$P + 3 = 7 \times 16$$

$$112$$

$$P = 112 - 3$$

$$109$$

Q) If $x^2+y^2+z^2 = 133$, $xy+yz+zx = 114$ and $xyz = 216$ then find the value of $x^3+y^3+z^3$.

यदि $x^2+y^2+z^2 = 133$, $xy+yz+zx = 114$ है और $xyz = 216$ है, तो $x^3+y^3+z^3$ का मान है।

$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx))$

$P-3\times216 = 19[133-114]$

19×19

361

$P=361+648=1009$

$(x+y+z)^2=133+2\times114$

$133+228$

361

$x+y+z=\sqrt{361}$

$=19$

Q) If $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=-1$ and $xyz=-1$, then find the value of $(x^3+y^3+z^3)$.

यदि $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=-1$ और $xyz=-1$ हो, तो $\underbrace{(x^3+y^3+z^3)}_{P}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$P-3(-1)=1[1^2-3(-1)]$

$P+3=1[1+3]$

$P+3=4$

$P=1$

Q) If $x+y+z=2$, $xy+yz+zx=-11$ and $xyz=-12$ then what is the value of $\sqrt{x^3+y^3+z^3-2}$.

यदि $x+y+z=2$, $xy+yz+zx=-11$ और $xyz=-12$ है, तो $\sqrt{x^3+y^3+z^3-2}$ का मान है।

$\underbrace{x^3+y^3+z^3}_{P}-3xyz=(x+y+z)[(x+y+z)^2-3(xy+yz+zx)]$

$P-3(-12)=2[2^2-3(-11)]$

$P+36=2[4+33]$

$P+36=74$

$P=74-36=38$

$\sqrt{x^3+y^3+z^3-2}$

$\sqrt{38-2}$

$\sqrt{36}=6$

Q) x, y and z are real numbers. If $x^3+y^3+z^3=13$, $x+y+z=1$ and $xyz=1$, then what is the value of $xy+yz+zx$?

x, y तथा z वास्तविक संख्याएँ है। यदि $x^3+y^3+z^3=13$, $x+y+z=1$ तथा $xyz=1$ है, तो $xy+yz+zx$ का मान क्या है?

$13-3(1)=1[1^2-3P]$

$10=[1-3P]$

$3P=1-10=-9$

$P=\frac{-9}{3}=-3$

Q) If $a+b+c=6$, $a^2+b^2+c^2=32$ and $a^3+b^3+c^3=189$, then find the value of $4abc$.

यदि $a+b+c=6$, $a^2+b^2+c^2=32$ और $a^3+b^3+c^3=189$ है, तो $4abc$ का मान ज्ञात करें।

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)]$

$189-3abc=6[32-2]$

180

$3abc=189-180=9$

$\boxed{abc=3}$

$4abc=4\times3=12$

$(a+b+c)^2=32+2(ab+bc+ca)$

$36=32+2(ab+bc+ca)$

$\frac{4}{2}=ab+bc+ca$

$=2$

Q) If $x+y+z=13$, $x^2+y^2+z^2=133$ and $x^3+y^3+z^3=847$, then the value of $\sqrt[3]{xyz}$ is.

यदि $x+y+z=13$, $x^2+y^2+z^2=133$ और $x^3+y^3+z^3=847$ है, तब $\sqrt[3]{xyz}$ है।

$x^3+y^3+z^3-3xyz=\frac{1}{2}(x+y+z)[3(x^2+y^2+z^2)-(x+y+z)^2]$

$847-3xyz=\frac{1}{2}\times13[3\times133-13^2]$

$\frac{1}{2}\times13[399-169]$

$\frac{1}{2}\times13[230]$ (115)

$=1495$

$-3xyz=1495-847$

$=648$

$xyz=\frac{648}{3}=216$

$\sqrt[3]{-216}$

-6

Q) If $(P-Q)=6$, $(R-Q)=5$ and $(R-P)=3$, then find the value of $(p^3+q^3+r^3-3pqr)/(P+Q+R)$.

यदि $(p-q)=6, (r-q)=5$ और $(r-p)=3$, तो $(p^3+q^3+r^3-3pqr)/(p+q+r)$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$p^3+q^3+r^3-3pqr=\frac{1}{2}(p+q+r)[(p-q)^2+(q-r)^2+(r-p)^2]$$

$$\frac{p^3+q^3+r^3-3pqr}{p+q+r}=\frac{1}{2}[6^2+5^2+3^2]$$

$$\frac{1}{2}[36+25+9]$$

$$\frac{1}{2}\times 70$$

$$35$$

Q) Given that $(5x-3)^3+(2x+5)^3+27(4-3x)^3=9(5x-3)(2x+5)(4-3x)$, then the value of $(2x+1)$ is:

यह देखते हुए कि $(5x-3)^3+(2x+5)^3+27(4-3x)^3=9(5x-3)(2x+5)(4-3x)$ का मान क्या है, तो $(2x+1)$ का मान क्या है?

$$(5x-3)^3+(2x+5)^3+[3(4-3x)]^3=3(5x-3)(2x+5)(3(4-3x))$$

$$a+b+c=0$$

$$5x-3+2x+5+12-9x=0$$

$$-2x+14=0$$

$$-2x=-14$$

$$\boxed{x=+7}$$

$$2x+1$$

$$2\times 7+1$$

$$15$$

Q) If $(4x-5)^3+(x-2)^3+27(2x-5)^3=9(4x-5)(x-2)(2x-5)$, then find the value of $\left(x+\frac{3}{2}\right)$.

यदि $(4x-5)^3+(x-2)^3+27(2x-5)^3=9(4x-5)(x-2)(2x-5)$ है, तो $\left(x+\frac{3}{2}\right)$ का मान ज्ञात करें।

$$(4x-5)^3+(x-2)^3+[3(2x-5)]^3=3(4x-5)(x-2)(3(2x-5))$$

$$4x-5+x-2+6x-15=0$$

$$11x-22=0$$

$$\boxed{x=2}$$

$$x+\frac{3}{2}$$

$$2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$$

Q) If $a^{1/3}+b^{1/3}+c^{1/3}=0$, then $(a+b+c)^6$ is equal to :

यदि $a^{1/3}+b^{1/3}+c^{1/3}=0$, तो $(a+b+c)^6$ बराबर है :

$$(a^{1/3})^3+(b^{1/3})^3+(c^{1/3})^3 = 3\,a^{1/3}\,b^{1/3}\,c^{1/3}$$

$$a+b+c = 3\,a^{1/3}\,b^{1/3}\,c^{1/3}$$

$$(a+b+c)^6 = [3\,a^{1/3}\,b^{1/3}\,c^{1/3}]^6 \qquad (a^{1/3})^{6/2}$$

$$729\,a^2b^2c^2$$

Q) If $x=14$, $y=15$ and $z=17$, then the value of $x^3+y^3+z^3-3xyz$ is

यदि $x=14$, $y=15$ और $z=17$ है, तो $x^3+y^3+z^3-3xyz$ का मान है।

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = \frac{1}{2}(x+y+z)[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2]$$

$$= \frac{1}{2}\times 46[(-1)^2+(-2)^2+3^2]$$

$$\frac{1}{2}\times 46\times[1+4+9]$$

$$\frac{1}{2}\times 46\times 14$$

$$322$$

Q) If $a=25$, $b=15$, $c=-10$, then the value of $\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}$ is

यदि $a=25$, $b=15$, $c=-10$ हो, तो $\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}$ का मान है।

$$\frac{\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]}{[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]}$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$\frac{1}{2}(25+15-10)$$

$$\frac{1}{2}(30)$$

$$15$$

1 If $(a+b+c)=14$, and $(a^3+b^3+c^3-3abc)=98$, find the value of $(a^2+b^2+c^2)$.
यदि $(a+b+c)=14$, और $(a^3+b^3+c^3-3abc)=98$ है, तो $(a^2+b^2+c^2)$ का मान ज्ञात करें।
(a) 72
(b) 68
(c) 64
(d) 70

2. यदि $ab+bc+ca=8$ और $a^2+b^2+c^2=20$ है, तो $\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$ का एक संभव मान है-
If $ab+bc+ca=8$ and $a^2+b^2+c^2=20$, then One possible value of $\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$ is-
(a) 84
(b) 56
(C) 72
(d) 80

3. If $a+b+c=11$ and $ab+bc+ca=38$, then $a^3+b^3+c^3-3abc$ is equal to.
यदि $a+b+c=11$ और $ab+bc+ca=38$, तब $a^3+b^3+c^3-3abc$ बराबर है।
(a) 66
(b) 55
(c) 77
(d) 44

4. If $x+y+z=19, xy+yz+zx=114$, then the value of $\sqrt{x^3+y^3+z^3-3xyz}$ will be
यदि $x+y+z=19, xy+yz+zx=114$ है, तो $\sqrt{x^3+y^3+z^3-3xyz}$ का मान होगा-
(a) 17
(b) 13
(c) 19
(d) 21

5. If $a+b+c=7$ and $a^3+b^3+c^3-3abc=301$, then find the value of $ab+bc+ca=?$
यदि $a+b+c=7$ और $a^3+b^3+c^3-3abc=301$ है, तो $ab+bc+ca$ का मान ज्ञात करें।

(a) 2 (b) -2 (c) -4 (d) 3

6. If $a+b+c=1, ab+bc+ca=-22$ and abc = -40 , then what is the value of $a^3+b^3+c^3$.

यदि $a+b+c=1, ab+bc+ca=-22$ और abc = -40 , तो $a^3+b^3+c^3$ का मान होगा।

(a) 27

(b) -51

(c) -53

(d) 67

7. If $x+y+z=6, xyz=-10$ and $x^2+y^2+z^2=30$, then what is the value of $(x^3+y^3+z^3)$.

यदि $x+y+z=6$, $xyz=-10$ and $x^2+y^2+z^2=30$ हैं, तो $(x^3+y^3+z^3)$ का मान क्या होगा।

(a) 127

(b) 130

(c) 132

(d) 135

8. If $x+y+z=3$, $xy+yz+zx=-12$ and xyz = -16 , then find the value of $\sqrt{x^3+y^3+z^3+13}$

यदि $x+y+z=3, xy+yz+zx=-12$ और $xyz=-16$ हैं, तो $\sqrt{x^3+y^3+z^3+13}$ का मान ज्ञात करें।

(a) 10 (b) 11

(c) 8 (d) 9

9. If $x+y+z=1, x^2+y^2+z^2=2$ and $x^3+y^3+z^3=3$, then what is the value of xyz

यदि $x+y+z=1, x^2+y^2+z^2=2$ तथा $x^3+y^3+z^3=3$ है, तो xyz का मान क्या है?

(a) $1/3$ (b) $1/2$

(c) $1/4$ (d) $1/6$

10. If $a+b+c=5, a^2+b^2+c^2=27$ and $a^3+b^3+c^3=125$ then find the value of 4 abc .

यदि $a+b+c=5, a^2+b^2+c^2=27$ और $a^3+b^3+c^3=125$ है, तो 4abc का मान ज्ञात करें।

(a) 20 (b) -15

(c) -20 (d) 15

11. If $x+y+z=11, x^2+y^2+z^2=133$ and $x^3+y^3+z^3=881$, then find the value of $\sqrt[3]{xyz}$ is.

यदि $x + y + z = 11, x^2 + y^2 + z^2 = 133$ और $x^3 + y^3 + z^3 = 881$, तो $\sqrt[3]{xyz}$ का मान है।

(a) -6 (b) -8

(c) 8 (d) 6

12. If $(2x + 7)^3 + (2x + 8)^3 + (2x + 3)^3 = 3(2x + 7)\ (2x + 8)(2x + 3)$, then what is the value of x ?

यदि $(2x + 7)^3 + (2x + 8)^3 + (2x + 3)^3 = 3(2x + 7)\ (2x + 8)(2x + 3)$ है, तो x का मान क्या हैं?

(a) -3 (b) 2

(c) -2 (d) 3

13. If $(x + 6)^3 + (2x + 3)^3 + (3x + 5)^3 = (3x + 18)(2x + 3)\ (3x + 5)$, then find the value of x.

यदि $(x + 6)^3 + (2x + 3)^3 + (3x + 5)^3 = (3x + 18)\ (2x + 3)(3x + 5)$ है, तो x का मान ज्ञात करें।

(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$

(c) $-\frac{7}{3}$ (d) $-\frac{5}{3}$

14. If $a = 101, b = 102$ and $c = 103$, then $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = ?$

यदि $a = 101, b = 102$ और $c = 103$ है, तो $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = ?$

(a) 6 (b) 3

(c) 4 (d) 2

15. If $a = 500, b = 502$ and $c = 504$, then the value of $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ is.

यदि $a = 500, b = 502$ और $c = 504$ हो, तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 2008 (b) 18076

(c) 18072 (d) N.O.T.

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	C	C	A	C	C	A	D	C
11	12	13	14	15					
A	A	C	B	C					

Worksheet solution

Sol-1 By using formula result

$$a^3+b^3+c^3-3abc = \frac{(a+b+c)}{2}\left[3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2\right]$$

$$98 = \frac{14}{2}\left[3(a^2+b^2+c^2)-(14)^2\right]$$

$$a^2+b^2+c^2 = \frac{210}{3} = 70 \text{ Ans}$$

Sol2

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$

$$(a+b+c)^2 = 20 + 2\times 8 = 36$$

$$a+b+c = 6$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right] = (a+b+c)\left[a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right]$$

$$= 6 \times [20-8] = 72 \text{ Ans}$$

Sol3

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)\left[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)\right]$$

$$a^3+b^3+c^3-3abc = 11 \times [(11)^2-3\times 38]$$

$$= 11 \times [121-114]$$

$$= 77 \text{ Ans}$$

Sol 4

$$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$$

$$361 = x^2+y^2+z^2+2\times 114$$

$$x^2+y^2+z^2 = 361-228 = 133$$

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = 19 \times (133-114)$$

$$\sqrt{x^3+y^3+z^3-3xyz} = \sqrt{19\times 19}$$

$$\sqrt{x^3+y^3+z^3-3xyz} = 19 \text{ Ans}$$

Sol-5

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\left[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)\right]$$

$$301 = 7\times\left[(7)^2-3(ab+bc+ca)\right]$$

$$ab+bc+ca = \frac{49-43}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ Ans}$$

Sol6

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\left[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)\right]$$

$$a^3+b^3+c^3-3\times(-40) = 1\times\left[(1)^2-3\times(-22)\right]$$

$$= 67-120 = -53 \text{ Ans}$$

Sol7

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)\left[3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2\right]$$

$$x^3+y^3+z^3-3\times(-10) = \frac{1}{2}\times 6\left[3\times 30-(6)^2\right]$$

$$x^3+y^3+z^3 = 3\times 54-30$$

$$= 162-30 = 132 \text{ Ans}$$

sol 8

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\left[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)\right]$$

$$x^3+y^3+z^3-3\times(-16) = 3\times\left[(3)^2-3\times(-12)\right]$$

$$x^3+y^3+z^3 = 135-48 = 87$$

ATQ

$$\sqrt{x^3+y^3+z^3+13} = \sqrt{87+13} = \sqrt{100} = 10 \text{ Ans}$$

Sol 9

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)\left[3a^2+b^2+c^2-(a+b+c)^2\right]$$

$$3-3xyz=\frac{1}{2}\times 1\left[3\times 2-(1)^2\right]$$

$$xyz = \frac{1}{3}\left[3-\frac{5}{2}\right] = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{6} \text{ Ans}$$

Sol10

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)\left[3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2\right]$$

$$125-3abc=\frac{1}{2}\times 5\left[3\times 27-(5)^2\right]$$

$$abc = \frac{1}{3}\left[125-140\right]$$

$$abc = -5 \Rightarrow \therefore 4abc = -20 \text{ Ans}$$

Sol 11 $a^3+b^3+c^3-3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)[3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2]$

$$881 - 3xyz = \frac{1}{2} \times 11 \times [3 \times 133 - (11)^2]$$

$$xyz = \frac{1}{3}[881 - 1529] = -216 \text{ Ans}$$

ATQ $\sqrt[3]{xyz} = \sqrt[3]{-216} = -6$ Ans

Sol 12 Fact: If $a^3+b^3+c^3 = 3abc$, then $a+b+c = 0$

$$(2x+7)+(2x+8)+(2x+3) = 0$$

$$6x = -18$$

$$x = -3 \text{ Ans}$$

Sol 13 $a^3+b^3+c^3 = 3abc$, then $a+b+c = 0$

$$(x+6)+(2x+3)+(3x+5) = 0$$

$$6x = -14$$

$$x = \frac{-14}{6} = -\frac{7}{3} \text{ Ans}$$

Sol 14 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = \frac{1}{2}[(101-102)^2+(102-103)^2+(103-101)^2]$$

$$= \frac{1}{2}[1+1+4]$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ Ans}$$

Sol 15 $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c) \times 3d^2$

(where d = common difference in AP)

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (500+502+504) \times 3 \times (2)^2$$

$$= 1506 \times 12 = 18072 \text{ Ans}$$