ALGEBRA

Q) If $5x+3y=15$ and $2xy=6$, then the value of $5x-3y$ is :
यदि $5x+3y=15$ और $2xy=6$, तब $5x-3y$ का मान है!

$xy=3$

$(a+b)^2-(a-b)^2=4xy$

$15^2-(5x-3y)^2=4\times5x\times3y$

$225-(5x-3y)^2=60\times3$

$(5x-3y)^2=225-180=45$

$5x-3y=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

Q) If $(a+b)^2-2(a+b)=80$ and $ab=16$, then what is the value of $3a-19b$?
यदि $(a+b)^2-2(a+b)=80$ और $ab=16$ हो, तो $3a-19b$ का मान क्या है?

x

$x^2-2x+1=80+1$

$(x-1)^2=81$

$x-1=9$

$\boxed{x=10}$

$a+b=10$ < 8, 2

$a\times b=16$

8×2

$3a-19b$

$24-19\times2$

$24-38$

-14

Q) If $x^3+y^3=35$ and $x+y=5$, the value of $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ is :
यदि $x^3+y^3=35$ और $x+y=5$, तो $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ का मान क्या है?

$27+8=35$ (3, 2)

$\frac{x+y}{xy}$

$\frac{3+2}{3\times2}=\frac{5}{6}$

(11) $x^3+y^3=(x+y)(x^2+y^2-xy)$

$35=5(x^2+y^2-xy)$

$x^2+y^2-xy=7$ (−)

$x^2+y^2+2xy=25$ (−)

$2xy+xy=18$

$3xy=18$

$xy=6$

$\frac{x+y}{xy}=\frac{5}{6}$

$x+y=5$

$x^2+y^2+2xy=25$

Q) If $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=1$ and $x+y=2$, then the value of x^3+y^3 is.

यदि $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=1$ और $x+y=2$ है, तो x^3+y^3 का मान है।

$x^2+y^2=xy$

$x^2+y^2-xy=0$

$(x+y)(x^2+y^2-xy)$

$(x+y)(0)$

Ans=0

Q) If $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=-1$, $(x, y\neq 0)$, then value of x^3-y^3 is:

यदि $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=-1$, $(x, y\neq 0)$, तो x^3-y^3 का मान है:

$x^2+y^2=-xy$

$x^2+y^2+xy=0$

$(x-y)(x^2+y^2+xy)$

$(x-y)(0)$

Ans=0

Q) If $x^3=184+y^3$ and $x=4+y$, then find the value of $(x+y)$. (Given that $x>0$ and $y>0$)

यदि $x^3=184+y^3$ और $x=4+y$ है। तो $(x+y)$ का मान ज्ञात कीजिए। (दिया गया है। कि $x>0$ और $y>0$ है)

$x^3 - y^3 = 184$ $\quad x - y = 4$

$184 = 4(x^2 + y^2 + xy)$ $\quad x^2 + y^2 - 2xy = 16$

46

$x^2 + y^2 + xy = 46$

$\ominus \quad x^2 + y^2 - 2xy = 16 \quad \ominus$

$xy + 2xy = 30$

$3xy = 30$

$\boxed{xy = 10}$

$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$

$(x+y)^2 - 16 = 4 \times 10$

$(x+y)^2 = 56$

$x + y = \sqrt{56}$

4×14

$2\sqrt{14}$

Q) If $x - 2y = 3$ and $xy = 5$, find the value of $x^2 - 4y^2$?

यदि $x - 2y = 3$ और $xy = 5$ है, तो $x^2 - 4y^2$ का मान ज्ञात करें।

$5 - 2 = 3$ $\quad 5 \quad 1$ $\quad 25 - 4$

21

II

$(x+2y)^2 - 9 = 4 \times x \times 2y$

$(x+2y)^2 - 9 = 8 \times 5 = 40$

$x + 2y = \sqrt{49} = 7$

$x^2 - 4y^2$

$(x+2y)(x-2y)$

7×3

21

Q) If $a - b = 4$ and $a^3 - b^3 = 88$, then find the value of $a^2 - b^2$.

यदि $a - b = 4$ और $a^3 - b^3 = 88$ है, तो $a^2 - b^2$ का मान क्या होगा ?

$a^2 + b^2 - 2ab = 16$ $\quad (a+b)(a-b)$

$22 \cancel{88} = 4(a^2+b^2+ab)$

$\ominus \left(\cancel{a^2}+\cancel{b^2}+ab=22\right) \ominus$

$\cancel{a^2}+\cancel{b^2}-2ab=16$

$\cancel{2}ab = \cancel{16}\,2$

$\boxed{ab=2}$

$(a+b)^2-(16)=4\times2$

$(a+b)^2=24$

$a+b=\sqrt{24}$

$4\times6 = 2\sqrt{6}$

$2\sqrt{6}\times4$

$8\sqrt{6}$

Q) If $2x+y=6$ and $xy=4$, then find the value of $8x^3+y^3$ is:

यदि $2x+y=6$ और $xy=4$ है, तो $8x^3+y^3$ का मान है:

$2\times2+2=6$ $\quad$ 2×2 $\quad$ $8\times2^3+2^3$

$8\times8+8$

$64+8$

72

II $\quad (2x+y)^3 = 8x^3+y^3+3\times2x\times y(2x+y)$

$216 = 8x^3+y^3+6\times4(6)$

$216-144$

72

Q) If a and b are two positive real numbers such that $a+b=20$ and $ab=4$, then the value of a^3+b^3 is:

यदि a और b दो धनात्मक वास्तविक संख्याएं इस प्रकार हैं कि $a+b=20$ और $ab=4$ है, तो a^3+b^3 का मान ज्ञात करें।

$20^2 = a^2+b^2+2\times4$

$400-8$

$\boxed{392=a^2+b^2}$

a^3+b^3

$(a+b)(a^2+b^2-ab)$

$20(392-4)$

20×388

7760

Q) If $x+y=14$; $x^3+y^3=1064$, then the value of $(x-y)^2$.

यदि $x+y=14$; $x^3+y^3=1064$, तो $(x-y)^2$ का मान है :

$10 \quad 4$; $10^3 \quad 4^3$; $1000+64$; 1064 ; $(10-4)^2$; $6^2=36$

II

$1064 = 14(x^2+y^2-xy)$

76

$x^2+y^2-xy=76$ ⊖

$x^2+y^2+2xy=196$ ⊖

$-3xy=-120$

$xy=40$

$x+y=14$

$x^2+y^2+2xy=196$

$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$

$196-(x-y)^2=4\times40$

$196-160=(x-y)^2$

36

* $\boxed{x^4+y^4+x^2y^2=(x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)}$

Q) If $x^4+x^2y^2+y^4=21$ and $x^2+xy+y^2=7$, then the value of $\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)$?

यदि $x^4+x^2y^2+y^4=21$ और $x^2+xy+y^2=7$ है, तो $\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)$ का मान ज्ञात करें?

$(x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)=x^4+y^4+x^2y^2$

$7 \qquad\qquad 21$

$x^2+y^2-xy=\frac{21}{7}$ 3

$+\ x^2+y^2+xy=7$

$2(x^2+y^2)=10$ 5

⊖ $2xy=7-3$

$\boxed{xy=\frac{4}{2}2}$

$\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)$

$\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$

$$\frac{5}{(2)^2} = \frac{5}{4}$$

Q) If $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 273$ and $x^2 - xy + y^2 = 13$, then the value of xy is:
यदि $x^4+x^2y^2+y^4 = 273$ और $x^2-xy+y^2 = 13$ है, तो xy का मान क्या होगा?

$$\ominus \left(\begin{array}{l} (x^2+y^2+xy) \times 13 = 273 \quad 21 \\ x^2+y^2-xy = 13 \end{array} \right) \ominus$$

$$2xy = 8$$

$$xy = \frac{8}{2} \; 4$$

Q) The value of $27a^3 - 2\sqrt{2}b^3$ is equal to:
$27a^3 - 2\sqrt{2}\,b^3$ का मान किसके बराबर है?

$$(3a)^3 - (\sqrt{2}\,b)^3$$

$$(3a - \sqrt{2}\,b)(9a^2 + 2b^2 + 3\sqrt{2}\,ab$$

Q) The difference of cubes of any two natural numbers is 6272, while the positive difference of the two given numbers is 8. what will be the sum of cubes of the two given numbers.
किन्हीं दो प्राकृत संख्याओं के घनों का अंतर 6272 है, जबकि दी गई दोनों संख्याओं का धनात्मक अंतर 8 है। दी गई दोनों संख्याओं के घनों का योग क्या होगा।

$$a^3 - b^3 = 6272$$

$$a - b = 8$$

$$6272 = 8(a^2 + b^2 + ab)$$

784

$$\ominus \left(\begin{array}{l} a^2+b^2+ab = 784 \\ a^2+b^2-2ab = 64 \end{array} \right) \ominus$$

$$3ab = 720$$

240

$$\boxed{ab = 240}$$

$$a^2 + b^2 = 784 - 240$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = 544}$$

$$(a+b)^2 = 544 + 2 \times 240$$

$$544 + 480$$

$$1024$$

$a+b = \sqrt{1024}$

$= 32$

$a^3+b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab)$

$32(544-240)$

32×304

9728

Q) The cubes of the sum of any two numbers is 1728, while the product of the two given numbers is 32. Find the sum of cubes of the two given numbers.

किन्हीं दो संख्याओं के योग का घन 1728 है, जबकि दी गई इन दोनों संख्याओं का गुणनफल 32 है। दी गई इन दोनों संख्याओं के घनों का योग ज्ञात कीजिए।

$(a+b)^3 = 1728$

$a+b = \sqrt[3]{1728}$

$= 12$

8 4

$a \times b = 32$

8 4

a^3+b^3

8^3+4^3

$512+64$

576

Q) The sum of cubes any two natural numbers is 9728 while the sum of the given numbers is 32. What will be the product of the two given numbers.

किन्हीं दो प्राकृत संख्याओं के घनों का योग 9728 है, जबकि दी गई दोनों संख्याओं का योग 32 है, दी गई दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

$a^3+b^3 = 9728$

$a+b = 32$

$a \times b = ?$

$1024 = a^2+b^2+2ab$

$a^2+b^2 = 1024-2ab$

$9728 = 32(1024-2ab-ab)$

$304 = 1024-3ab$

$3ab = 1024-304$

720

$ab = \frac{720}{3}$ 240

TYPE-III

Q) a, b, c are three positive numbers, such that $(a+b+c)=20$, $a^2+b^2+c^2=152$. The value of $(ab+bc+ca)$ is?

a, b, c तीन धनात्मक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $(a+b+c)=20$, $a^2+b^2+c^2=152$ हैं। $(ab+bc+ca)$ का मान बराबर है?

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$
$$20^2 = 152+2(ab+bc+ca)$$
$$\frac{400-152}{2} = ab+bc+ca$$
$$\frac{248}{2} \quad 124$$

Q) If $a+b-c=12$ and $a^2+b^2+c^2=110$, then which among the following relations is true?

यदि $a+b-c=12$ और $a^2+b^2+c^2=110$ है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा संबंध सही है?

$$(a+b-c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab-bc-ca)$$
$$144 = 110+2(ab-bc-ca)$$
$$\frac{144-110}{2} = \frac{34}{2} \quad 17$$
$$ab-bc-ca=17$$

Q) If $a^2+b^2+c^2+216=12(a+b-2c)$, then $\sqrt{ab-bc+ca}$ is!

यदि $a^2+b^2+c^2+216=12(a+b-2c)$ है, तो $\sqrt{ab-bc+ca}$ का मान ज्ञात करें।

$$a^2+b^2+c^2+216-12a-12b+24c=0$$
$$2\times a\times 6 \quad 2\times b\times 6 \quad 2\times c\times 12$$
$$a^2-12a+36+b^2-12a+36+c^2+24c=144$$
$$(a-6)^2+(b-6)^2+(c+12)^2=0$$
$$=0 \quad =0 \quad =0$$
$$a-6=0 \quad (a=6)$$
$$b-6=0 \quad (b=6)$$
$$c+12=0 \quad (c=-12)$$
$$\sqrt{36-(-72)+(-72)}$$
$$\sqrt{36+72-72}$$
$$=6$$

$$a^2+b^2=0$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$a=0 \quad b=0$$

$$(a-2)^2+(b-3)^2=0$$
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$
$$0 \quad 0$$
$$a-2=0 \quad b-3=0$$
$$(a=2) \quad (b=3)$$

Q) If $a^2+b^2+c^2+84 = 4(a-2b+4c)$, then $\sqrt{ab-bc+ca}$ is equal to:
यदि $a^2+b^2+c^2+84=4(a-2b+4c)$ है, तो $\sqrt{ab-bc+ca}$ किसके बराबर होगा।

$2(2a-4b+8c)$

$a=2$
$b=-4$
$c=8$

$\sqrt{-8-(-32)+16}$

$\sqrt{-8+32+16}$

$\sqrt{40}$

4×10

$2\sqrt{10}$

Q) If $a^2+b^2+c^2+96 = 8(a+b-2c)$, then $\sqrt{ab-bc+ca}$ is equal to?
यदि $a^2+b^2+c^2+96=8(a+b-2c)$ है, तो $\sqrt{ab-bc+ca}$ का मान किसके बराबर होगा?

$2(4a+4b-8c)$

$a=4$
$b=4$
$c=-8$

$\sqrt{16-(-32)+(-32)}$

$\sqrt{16+\cancel{32}-\cancel{32}}$

$\sqrt{16}=4$

Q) If $a^2+b^2+2b+4a+5=0$, then the value of $\frac{2a-3b}{2a+3b}$ is equal to
यदि $a^2+b^2+2b+4a+5=0$, तो $\frac{2a-3b}{2a+3b}$ किसके बराबर है?

$a^2+b^2+5=-2b-4a$

$2(-b-2a)$

$b=-1$

$a=-2$

$\frac{2a-3b}{2a+3b} = \frac{2(-2)-3(-1)}{2(-2)+3(-1)}$

$\frac{-4+3}{-4-3}$

$\frac{-1}{-7} = \frac{1}{7}$.

1. If $a + b = 10$ and $a^2 + b^2 = 58$, find the value of ab.

यदि $a + b = 10$ और $a^2 + b^2 = 58$ है, तो ab का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 30
(b) 27
(c) 21
(d) 24

2. If $a^2 + b^2 = 4b + 6a - 13$, then what is the value of $a + b$?

यदि $a^2 + b^2 = 4b + 6a - 13$ है, तो $a + b$ का मान क्या है?

(a) 10
(b) 5
(c) 2
(d) 3

3. If $(a + b) = 6$ and $ab = \frac{16}{3}$, then $(a^3 + b^3)$ is equal to.

यदि $(a + b) = 6$ और $ab = \frac{16}{3}$, तब $(a^3 + b^3)$ बराबर है।

(a) 120
(b) 220
(c) 190
(d) 150

4. If $2x - y = 2$ and $xy = \frac{3}{2}$, then find the value of $x^3 - \frac{y^3}{8}$.

यदि $2x - y = 2$ और $xy = \frac{3}{2}$, तो $x^3 - \frac{y^3}{8}$ का मान ज्ञात करें।

(a) $-\frac{5}{4}$
(b) $\frac{9}{2}$
(c) $\frac{5}{2}$
(d) $\frac{13}{4}$

5. If $x^3 = 270 + y^3$ and $x = (6 + y)$, then what is the value of $(x + y)$. (given that $x > 0$ and $y > 0$)

यदि $x^3 = 270 + y^3$ और $x = (6 + y)$ है, तब $(x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(दिया गया है कि, $x > 0$ और $y > 0$ है।)

(a) $2\sqrt{3}$
(b) $\sqrt{3}$
(c) $4\sqrt{3}$
(d) $4\sqrt{2}$

6. If $x^2 + 4y^2 = 17$ and $xy = 2$, where $x > 0, y > 0$ then what is the value of $x^3 + 8y^3$?

यदि $x^2 + 4y^2 = 17$ और $xy = 2$, जहाँ $x > 0, y > 0$ है, तो $x^3 + 8y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 95
(b) 65
(c) 85
(d) 76

7. If $(x + y + z) = 23$ and $x^2 + y^2 + z^2 = 179$, then find the value of ($xy + yz + zx$).

यदि $(x + y + z) = 23$ और $x^2 + y^2 + z^2 = 179$ है, तो $(xy + yz + zx)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 175
(b) 280
(c) 225
(d) 350

8. If $x + y + z = 10$ and $x^2 + y^2 + z^2 = 80$, then what is the value of $4xy + 4yz + 4zx$?

यदि $x + y + z = 10$ और $x^2 + y^2 + z^2 = 80$, है, तो $4xy + 4yz + 4zx$ का मान क्या है?

(a) 30
(b) 20
(c) 40
(d) 80

9. If $a^2 + b^2 + c^2 = 6.25$ and $(ab + bc + ca) = 0.52$, what is the value of $(a + b + c)$, if $(a + b + c) < 0$

यदि $a^2 + b^2 + c^2 = 6.25$ और $(ab + bc + ca) = 0.52$ है, तो $(a + b + c)$ का मान क्या है, यदि $(a + b + c) < 0$ हो?

(a) -2.7 (b) -2.8 (c) ± 2.8 (d) ± 2.7

10. If $a^2 + b^2 + c^2 + 27 = 6(a + b + c)$. then what is the value of $\sqrt[3]{a^3 + b^3 - c^3}$?

यदि $a^2 + b^2 + c^2 + 27 = 6(a + b + c)$ है. तो $\sqrt[3]{a^3 + b^3 - c^3}$ का मान है :

(a) 3 (b) 1 (c) 9 (d) 6

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	D	D	C	A	C	A	A

Worksheet solution

Sol 1 By using formula

$$ab = \frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)}{2}$$

$$ab = \frac{10^2-(58)}{2}$$

$$ab = \frac{100-58}{2} = \frac{42}{2}$$

$$ab = 21 \text{ Ans}$$

Alternative Method

Put $a=7$, $b=3$ (all condition satisfied)

$ab = 3\times 7 = 21$ Ans

Sol 2

$$a^2+b^2 = 4b+6a-13$$

$$a^2+b^2-4b-6a+13=0$$

$-3\Box$

$(a-3)^2+(b-2)^2=0$, then $a=3, b=2$ (शून्य)

$\therefore \quad a+b = 3+2 = 5$ Ans

Sol 3 By using Formula

$$a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$$

$$a^3+b^3 = (6)^3-3\times\frac{16}{3}\times 6$$

$$= 216-96 = 120 \text{ Ans}$$

Sol 4 $2x-y=2$

Divide by 2 both side

$$x-\frac{y}{2}=1$$

$$a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$$

$$x^3-\frac{y^3}{8} = (1)^3+3\times x\times\frac{y}{2}\times 1$$

$$= 1+\frac{3}{2}xy$$

$$= 1+\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}$$

$$= 1+\frac{9}{4} \quad \left(\because xy=\frac{3}{2}\right)$$

$$= \frac{13}{4} \text{ Ans}$$

Sol 5

Given

$$x^3 = 270+y^3$$

$$x^3-y^3 = 270$$

and

$$x = 6+y$$

$$x-y = 6$$

Now

$$x^3-y^3 = (x-y)^3+3xy(x-y)$$

$$270 = (6)^3+3xy(6)$$

$$xy = \frac{54}{18} = 3$$

ATQ

$$x+y = \sqrt{(x-y)^2+4xy}$$

$$= \sqrt{36+12} = \sqrt{48}$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ Ans}$$

Sol 6 ATQ

$(x+2y)^2 = x^2 + 4y^2 + 4xy$

$= 17 + 8$

$= 25$

$x+2y = \sqrt{25} = 5$

$a^3+b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab)$

$x^3+8y^3 = (x+2y)(x^2+4y^2-2xy)$

$= 5(17-4)$

$= 65$ Ans

Sol 7 By using formula

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$(23)^2 = 179 + 2(xy+yz+zx)$

$xy+yz+zx = \frac{529-179}{2} = 175$ Ans

Sol 8 By using formula

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

प्रश्नानुसार

$4xy + 4yz + 4zx$ या $4(xy+yz+zx)$

$\therefore 4(xy+yz+zx) = 2[(10)^2 - 80]$

$= 2 \times 20$

$= 40$ Ans

Sol 9 By using formula

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

अत:

$a+b+c = \sqrt{6.25 + 2 \times 0.52}$

$= \sqrt{6.25 + 1.04}$

$= \sqrt{7.29} = \pm 2.7$

$a+b+c = -2.7$ ($\because a+b+c < 0$)

Sol 10 $a^2+b^2+c^2+27$

$= 6a+6b+6c$

$a^2-6a+9+b^2-6b+9$

$+c^2-6c-9=0$

$(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=0$

$\therefore a-3=0 \Rightarrow a=3$

$b-3=0 \Rightarrow b=3$

$c-3=0 \Rightarrow c=3$

[यदि $x^2+y^2+z^2=0$ तो $x=y=z=0$]

$\therefore \sqrt[3]{a^3+b^3-c^3}$

$= \sqrt[3]{3^3+3^3-3^3}$

$= (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$ Ans