

# A.P & G.P

## TYPE-I A.P

### ARITHMETIC PROGRESSION (A.P) समान्तर श्रेणी

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{First term} & & & & & & \text{Last term (अंतिम पद)} \\
 \text{(प्रथम पद)} & & & & & & \\
 a & , & a+d & , & a+2d & , & a+3d \dots\dots\dots a+(n-1)d \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 +d & & +d & & +d & & \\
 & & & & & & a+nd-d \\
 & & & & & & \underline{a+(n-1)d} \\
 & & & & & & \downarrow \\
 & & & & & & a_n
 \end{array}$$

- $a$  = First Term (प्रथम पद)
- $d$  = Common Difference (समान अन्तर)
- $n$  = Number of terms (पदों की संख्या)

**FORMULA:-**  $a_n = a + (n-1)d$

Ex:-  $3, 5, 7, 9, 11, 13, 15$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \underbrace{\quad\quad}_2 & \underbrace{\quad\quad}_2 & \underbrace{\quad\quad}_2 & \underbrace{\quad\quad}_2 & \underbrace{\quad\quad}_2 & \underbrace{\quad\quad}_2 \\
 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2
 \end{array}$$

Ex:-  $11, 15, 19 \dots\dots\dots 20 \text{ term}$

$a = 11$        $d = 4$

अंतिम पद = ?

$n = 20$

$$\begin{aligned}
 a_{20} &= 11 + (20-1) \times 4 \\
 &= 11 + 19 \times 4 \\
 &= 11 + 76 \\
 &= 87
 \end{aligned}$$

Ex:-  $-11, -9, -7, -5, -3, -1, +1, +3 \dots\dots$

$a = -11$

$d = 2$

## † SUM OF $n^{\text{th}}$ SERIES ( $n^{\text{th}}$ श्रेणी का योग) $\rightarrow S_n$ †

$$S_n = a + a + d + a + 2d + \dots + a + (n-3)d + a + (n-2)d + a + (n-1)d \quad \text{--- (1)}$$

$$S_n = a + (n-1)d + a + (n-2)d + a + (n-3)d + \dots + a + 2d + a + d + a \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) + (2)$$

$$2S_n = 2a + (n-1)d + 2a + (n-1)d + \dots + 2a + (n-1)d$$

$$2a(n-1)d [1+1+1+\dots+n]$$

$$2 \times S_n = n[2a + (n-1) \times d]$$

Sum of  $n$  terms  
 $n$  पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1) \times d]$$

SUM OF  $n$  term of AP

AP के  $n$  पदों का योग

**FORMULA:-**  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1) \times d]$

$$\frac{n}{2} [a + a + (n-1)d]$$

First  
term

Last  
term

$$S_n = \frac{n}{2} [\text{प्रथम पद} + \text{अंतिम पद}]$$

Ex:- 4, 6, 8, \dots, 100

योग = ?

$$\text{No. of terms} = \frac{\text{Last term} - \text{1st term}}{\text{Common diff}} + 1 \quad \left[ \frac{\text{अंतिम पद} - \text{प्रथम पद}}{\text{समान अंतर}} + 1 \right]$$

पदों की संख्या

Common diff

+1

$$n = \frac{100-4}{2} + 1 = \frac{96}{2} + 1 = 49$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1) \times d]$$

$$\frac{n}{2} [\text{1st} + \text{Last term}]$$

$$S_n = \frac{49}{2} [4 + 100]$$

$$\frac{49}{2} \times 104 = 2548$$



$$a, a+d, a+2d$$

$$\frac{a+a+2d}{2}$$

$$\frac{2(a+d)}{2}$$

$$(a+d)$$

\* किसी भी समान्तर श्रेणी (AP) में Centre वाली संख्या वो पूरी Series का Average होती है।

(AP)

$$x, y, z$$

$$y = \frac{x+z}{2}$$

$$\boxed{x+z=2y}$$

Q) If  $a, b, c$  are in arithmetic progression then:

यदि  $a, b, c$  समान्तर श्रेणी में हैं, तब

$$b = \frac{a+c}{2}$$

$$a+c=2b$$

Q) For which value of  $k$ , the series  $2, 3+k$  and  $6$  are in A.P.?

$k$  के किस मान के लिये  $2, 3+k$  और  $6$  समान्तर श्रेणी में हैं?

By option

$$2, 3+k, 6$$

$$\boxed{k=1}$$

$$2, 4, 6$$

And

$$\frac{2+6}{2} = 3+k$$

$$\frac{8}{2} = 3+k$$

$$k = 4-3 = 1$$

Q) What will be the 10th term of the arithmetic progression  $2, 7, 12, \dots$ ?

समान्तर श्रेणी  $2, 7, 12, \dots$  का 10 वाँ पद क्या होगा?

$$n=10$$

$$a=2$$

$$d=7-2=12-7=5$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$2 + 9 \times 5$$

$$2 + 45 = 47$$

- Q) 11th term of the series  $\sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{48}, \dots$  is .  
 दी गई श्रेणी  $\sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{48}, \dots$  का 11 वाँ पद --- है।

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 3\sqrt{3} & 4\sqrt{3} \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \\ d=\sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \end{array}$$

$$a = \sqrt{3}$$

$$d = \sqrt{3}$$

$$n = 11$$

$$a_n = a + (n-1) \times d$$

$$\sqrt{3} + 10 \times \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$11\sqrt{3}$$

- Q) How many terms are there in the A.P.  $20, 25, 30, \dots, 130$  ?  
 समांतर श्रेणी  $20, 25, 30, \dots, 130$  में कितने पद हैं ?

No. of term

$$\frac{130-20}{5} + 1$$

$$22 - \frac{10}{5} + 1$$

$$23$$

- Q) There is an A.P.  $1, 3, 5, \dots$  Which term of this A.P. is 55?  
 एक समांतर श्रेणी  $1, 3, 5$  है --- इस समांतर श्रेणी का कौन सा पद 55 है ?

$$1, 3, 5, \dots, 55$$

No. of term

$$\frac{55-1}{2} + 1$$

$$27 - \frac{54}{2} + 1$$

$$28^{\text{th}}$$

- Q) In an arithmetic progression the 1st term is 7 and the third term is 28, what is the second term?

एक समांतर श्रेणी में पहला पद 7 है और तीसरा पद 28 है, तब दूसरा पद क्या है ?

$$n^{\text{th}} \text{ term} = a + (n-1) \times d$$

$$a = 7$$

$$a + 2d = 28$$

$$2d = 28 - 7 = 21 \quad 10.5$$

$$\boxed{d = 10.5}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{I}^{\text{st}} & \xrightarrow{+d} & \text{II}^{\text{nd}} \\ 7 & & 7 + 10.5 \\ & & 17.5 \end{array}$$

- Q) What is the sum of the first 17 terms of an arithmetic progression if the first term is -20 and last term is 28.

एक समांतर श्रेणी के प्रथम 17 पदों का योग क्या है, यदि पहला पद -20 है और अंतिम पद 28 है।

$$\begin{aligned} n &= 17 \\ \text{I}^{\text{st}} = a &= -20 \\ \text{Last term} &= 28 \\ S_{17} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{17} &= \frac{17}{2} [-20 + 28] \\ &= \frac{17}{2} [8] \\ &= 68 \end{aligned}$$

- Q) What is the sum of the first 13 terms of an arithmetic progression, if the first term is -10 and the last term is 26?

एक समांतर श्रेणी के प्रथम 13 पदों का योग क्या है, यदि पहला पद -10 है और अंतिम पद 26 है।

$$\begin{aligned} n &= 13 \\ a &= -10 \\ \text{Last} &= 26 \\ S_{13} &= \frac{13}{2} [-10 + 26] \\ &= \frac{13}{2} [16] \\ &= 104 \end{aligned}$$



Q) Find the sum upto 159 terms of the sequence 267, 272, 277, ....

श्रेणी 267, 272, 277, .... का 159 पद तक योगफल ज्ञात कीजिए।

$$n = 159$$

$$a = 267$$

$$d = 5$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\frac{159}{2} [2 \times 267 + 158 \times 5]$$

$$\frac{159}{2} [534 + 790]$$

$$\frac{159}{2} [1324]$$

$$159 \times 662$$

$$(160-1) \times 662$$

$$105920 - 662$$

$$105258$$

Q) Find the sum upto 157 term of the sequence 261, 268, 275, ....

अनुक्रम 261, 268, 275, .... के 157 पद तक का योग ज्ञात कीजिए।

$$n = 157$$

$$a = 261$$

$$d = 7$$

$$S_{157} = \frac{157}{2} [2 \times 261 + 156 \times 7]$$

$$\frac{157}{2} [522 + 1092]$$

$$807$$

$$1614 \times \frac{157}{2}$$

$$(800+7) \times 157$$

$$125600 + 1099$$

$$126699$$

Q) The 17th and 1st term of an AP are 315 and 251 respectively.

Find the sum upto 24 terms.

एक समांतर श्रेणी (AP) का सत्रहवाँ और पहला पद क्रमशः 315 और 251 हैं। 24 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$\boxed{a = 251}$$

$$a + 16d = 315$$

$$16d = 315 - 251$$

$$16d = 64$$

$$\boxed{d = 4}$$

$$\boxed{n = 24}$$

$$S_{24} = \frac{24}{2} [2 \times 251 + 23 \times 4]$$

$$12 [502 + 92]$$

$$594 \times 12$$

$$7128$$

- Q) What is the sum of the first 16 terms of an A.P. whose 9th and 5th terms are 17.25 and 13.25 respectively?

जिस समांतर श्रेणी का 9वाँ और 5वाँ पद क्रमशः 17.25 और 13.25 हैं, उस समांतर श्रेणी (A.P.) के पहले 16 पदों का योगफल कितना है?

$$a + 8d = 17.25 \quad \text{--- (1)}$$

$$- a + 4d = 13.25 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) - (2)}$$

$$4d = 4$$

$$\boxed{d = 1}$$

$$a + 8 = 17.25$$

$$a = 17.25 - 8 = 9.25$$

$$S_{16} = \frac{16}{2} [2 \times 9.25 + 15 \times 1]$$

$$8 [18.5 + 15]$$

$$8 \times 33.5$$

$$268.0$$

- Q) The first term of an arithmetic progression is 22 and the last term is -11. If the sum is 66, the number of terms in the sequence:

यदि किसी समांतर श्रेणी का पहला पद 22 है और अंतिम पद -11 है। यदि श्रेणी का योगफल 66 है, तो अनुक्रम में पदों की संख्या निम्नलिखित में से क्या होगी?

$$I^{st} = 22$$

$$last = -11$$

$$Sum = 66$$

$$S_n = \frac{n}{2}(22 - 11) = 66$$

$$\frac{n}{2} \times 11 = \cancel{66}$$

$$n = 12$$



1. Find the 11th term of n A.P.-  
7, -2, 3, 8, 13.....

समात्तर श्रेणी - 7, -2, 3, 8, 13 .....  
का 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।

(a) 37

(b) 39

(c) 43

(d) 45

2. Find the sum of 20 terms of  
3, 4, 8, 9, 13, 14, 18, 19, .....

श्रेणी 3, 4, 8, 9, 13, 14, 18, 19, .....  
का 20 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

(a) 884

(b) 370

(c) 420

(d) 520

3. Find the sum of  $n$  term of the  
series where  $n$  is an even.  $1^2 -$   
 $2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots$

श्रेणी  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 -$

$6^2 + \dots$  के  $n$  पदों का योग ज्ञात कीजिए

जिसमें  $n$  सम संख्या है।

(a)  $\frac{n(n+1)}{2}$

(b)  $-\frac{n(n+1)}{2}$

(c)  $-\frac{n(n-1)}{2}$

(d)  $\frac{n(n-1)}{2}$

4. Which term of AP is 5, 13,  
21,..... is 181

समात्तर श्रेणी 5, 13, 21,.....का कौन-  
सा पद 181 होगा।

(a) 13th

(b) 15th

(c) 17th

(d) 23th

5. Determine 25th term of an  
AP, whose 9th term is -6 and  
common difference is  $\frac{5}{4}$ .

समात्तर श्रेणी का 25वाँ पद ज्ञात  
कीजिए जिसका 9वाँ पद -6 व सार्वत्तर  
 $\frac{5}{4}$  है।

(a) 14

(b) 16

(c) 12

(d) 10

6. If the  $P^{\text{th}}$  term of an AP is  $q$   
and the  $q^{\text{th}}$  term is  $P$ , then its  $r^{\text{th}}$   
term.

यदि समात्तर श्रेणी का  $P$ वाँ पद  $q$ , व  
 $q$ वाँ पद  $P$  हो तो श्रेणी का  $r$ वाँ पद ज्ञात  
कीजिए।

(a)  $P-q-r$

(b)  $P-q+r$

(c)  $P+q-r$

(d) None of these

7. Determine  $K$ , so that  $\frac{2}{3}$ ,  $K$ ,  $\frac{5}{8}$   $K$  are  
three consecutive term of an AP.

$K$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $\frac{2}{3}$ ,  $K$ ,  $\frac{5}{8}$   $K$   
समात्तर श्रेणी में हों।

(a)  $K = \frac{14}{33}$

(b)  $K = \frac{16}{33}$

(c)  $K = \frac{18}{33}$

(d)  $K = \frac{17}{33}$

8. Determine  $K$ , so that  $K + 2$ ,  
 $4K-6$  &  $3K-2$  are three  
consecutive terms of an AP.

$K$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $K + 2$ ,  
 $4K - 6$ ,  $3K - 2$  समात्तर श्रेणी में हों।

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

9. If the 9th term of an AP is 99 and 99th term is 9 find 108th term.

समात्तर श्रेणी का 9वाँ पद 99 व 99वाँ पद 9 हो तो श्रेणी का 108वाँ पद ज्ञात कीजिए।

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

10. If the sum of  $P$  terms of an arithmetic progression is  $3P^2 + 4P$ , then find the  $P$ th term of the progression.

समात्तर श्रेणी के  $P$  पदों का योग  $3P^2 + 4P$  हो तो श्रेणी का  $P$  वाँ पद ज्ञात कीजिए।

(a)  $(P + 1)$

(b)  $(2P + 1)$

(c)  $(4P + 1)$

(d)  $(6P + 1)$

## ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	B	D	A	C	B	C	A	D

# Worksheet solution

Sol 1

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$T_{11} = -7 + (11-1) \times 5$$

$$= -7 + 50$$

$$= 43 \text{ Ans}$$

Sol 2

$$[3 + 8 + 13 + \dots + 10 \text{ term}]$$

$$+ [4 + 9 + 14 + \dots + 10 \text{ term}]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{10}{2} [2 \times 3 + (10-1) \times 5]$$

$$+ \frac{10}{2} [2 \times 4 + (10-1) \times 5]$$

$$= 5 [6 + 45] + 5 [8 + 45]$$

$$= 255 + 265 = 520$$

Sol 3

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + n$$

$$(1-2) (1+2) (3-4) (3+4) + \dots + n$$

$$-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots$$

$$\therefore \text{Sum of } n \text{ term} = - \frac{n(n+1)}{2}$$

Sol 4

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$181 = 5 + (n-1) \times 8$$

$$181 = 5 + 8n - 8$$

$$8n = 184, n = 23 \text{ Ans}$$

Sol 5

$$T_9 = -6$$

$$a + (9-1) \times \frac{5}{4} = -6$$

$$a + 8 \times \frac{5}{4} = -6$$

$$a = -16$$

$$\therefore T_{25} = -16 + (25-1) \times \frac{5}{4}$$

$$= -16 + 24 \times \frac{5}{4}$$

$$= -16 + 30$$

$$= 14 \text{ Ans}$$

Sol 6

$$T_{p+q} = P + q - R$$

$$T_{p+q} = 0$$

अतः विकल्प (C) सही है।

Sol 7

$$b = \frac{a+c}{2}$$

$$K = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{8}K}{2}$$

$$2K = \frac{2}{3} + \frac{5}{8}K$$

$$\frac{11K}{8} = \frac{2}{3}, K = \frac{16}{33} \text{ Ans}$$





Sol 8

$$2(4K-6) = K+2+3K-2$$

$$(\because 2b = a+c)$$

$$8K-12 = 4K$$

$$4K = 12$$

$$K = 3 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Sol 9

$$T_{p+q} = 0$$

$$T_{(99+9)} = T_{108} = 0 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Sol 10

$$S_p = 3p^2 + 4p$$

$$T_p = S_p - S_{p-1}$$

$$= 3p^2 + 4p - [3(p-1)^2 + 4(p-1)]$$

$$= 3p^2 + 4p - [3p^2 + 3 - 6p + 4p - 4]$$

$$= 6p + 1 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

## A.P & G.P

Q) The  $n^{\text{th}}$  term of an A.P. is  $\frac{3+n}{4}$ , then the sum of first 105 terms is:

अंकगणितीय श्रेणी का  $n^{\text{वाँ}}$  पद  $\frac{3+n}{4}$  है, फिर पहले 105 पदों का योग क्या है?

$$n^{\text{th}} \text{ term} = \frac{3+n}{4}$$

$$n=1 \quad 1^{\text{st}} \text{ term} = \frac{3+1}{4} = 1 = a$$

$$n=2 \quad 2^{\text{nd}} \text{ term} = \frac{5}{4} = 1.25 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} d = 0.25 = \frac{1}{4}$$

$$n=3 \quad 3^{\text{rd}} \text{ term} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$n=105 \quad \text{Last term} = \frac{108}{4} = (27)$$

$$\frac{n}{2} [1^{\text{st}} + \text{last}]$$

$$\frac{105}{2} [1 + 27]$$

$$1470$$

Q) If the first term of an AP is 2 and the sum of the first five terms is equal to one fourth of the sum of the next five terms, then what is the sum of the first ten terms?

यदि एक AP का पहला पद 2 है और पहले पाँच पदों का योग अगले पाँच पदों के योग के एक-चौथाई के बराबर है, तो पहले दस पदों का योग क्या है?

$$a=2$$

$$S_5 = [S_{10} - S_5] \times \frac{1}{4}$$

$$4S_5 + S_5 = S_{10}$$

$$5S_5 = S_{10}$$

$$5 \times \frac{8}{2} [2 \times 2 + 4d] = \frac{10^2}{2} [2 \times 2 + 9d]$$

$$5 [4 + 4d] = 2 [4 + 9d]$$

$$20 + 20d = 8 + 18d$$

$$2d = -12$$

$$\boxed{d = -6}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 2 + 9 \times (-6)]$$

$$5 [4 - 54]$$

$$5 \times (-50)$$

$$-250$$

Q) If the sum of the first 100 terms of an arithmetic progression is 50, and the sum of the first 200 terms is 90, then what is the sum of the first 300 terms of the progression?

यदि एक समांतर श्रेणी के पहले 100 पदों का योग 50 है, और पहले 200 पदों का योग 90 है, तो श्रेणी के पहले 300 पदों का योग क्या है?

$$\frac{100}{2} [2a + 99d] = 50 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{200}{2} [2a + 199d] = 90$$

$$2a + 199d = \frac{9}{10} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) - (2)}$$

$$99d - 199d = 1 - \frac{9}{10}$$

$$-100d = \frac{1}{10}$$

$$\boxed{d = -\frac{1}{1000}}$$

from (1)

$$2a - \frac{99}{1000} = 1$$

$$\boxed{2a = 1 + \frac{99}{1000} = \frac{1099}{1000}}$$



$$S_{300} = \frac{300}{2} \left[ \frac{1099}{1000} + 299 \times \left( \frac{-1}{1000} \right) \right]$$

$$150 \times \frac{1}{1000} [1099 - 299]$$

$$\frac{150}{1000} [800]$$

$$120$$

Q) If  $S_n = np + \frac{n(n-1)}{2}Q$ , where  $S_n$  denotes the sum of the first  $n$  terms of an AP, then the common difference is:

यदि  $S_n = np + \frac{n(n-1)}{2}Q$ , है जहाँ  $S_n$  किसी AP के पहले  $n$  पदों के योगफल सूचित करता है, तो सार्व अंतर क्या है?

$$n=1 \Rightarrow S_1 = p + \frac{0 \times Q}{2} = p$$

$$n=2 \Rightarrow S_2 = 2p + \frac{2 \times 1 \times Q}{2} = 2p + Q$$

$$d = 2p + Q - p$$

$$p + Q$$

विषम  $\rightarrow$  No. of Unknown terms

$$3 \text{ पद} \rightarrow a-d \quad a \quad a+d$$

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

सम  $\rightarrow$  No. of Unknown terms

$$4 \text{ पद} \rightarrow a-3d \quad a-d \quad a+d \quad a+3d$$

Q) There numbers are in Arithmetic Progression (AP) whose sum is 30 and the product is 910. Then the greatest number in the AP is:  
तीन संख्याएँ अंकगणितीय श्रेणी में हैं जिनका जोड़ 30 है और गुणनफल 910 है। बताइए अंकगणितीय श्रेणी में सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?

$$\text{Sum} = a-d + a + a+d = 30$$

$$3a = 30$$

$$\boxed{a = 10}$$

$$(a-d) a (a+d) = 910$$

$$(a^2 - d^2) \times a = 910$$

$$(100 - d^2) \times 10 = 910$$

$$d^2 = 9$$

$$d = \sqrt{9} = 3$$

$$a-d = 10-3 = 7$$

$$a = 10$$

$$a+d = 10+3 = 13$$

Q) An AP, sum of the three numbers is 6 and its product is 6. Find the numbers.

समांतर श्रेणी में तीन संख्याओं का योग 6 है और इसका गुणनफल 6 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

$$a-d, a, a+d$$

$$1, 2, 3$$

Q) A man receives Rs 60 for the first week and Rs 3 more each week than the preceding week. How much does he earn by the 20th week?

एक आदमी को पहले सप्ताह 60 रुपये मिलते हैं और पिछले सप्ताह की तुलना में प्रत्येक सप्ताह उसे 3 रुपये अधिक मिलते हैं। 20 वें सप्ताह तक वह कितना कमा लेता है?

$$60, 63, 66 \text{ ----- } 20^{\text{th}} \text{ week}$$

$$S_{20} = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\frac{20}{2} [2 \times 60 + 19 \times 3]$$

$$10 [120 + 57]$$

$$10 \times 177$$

$$1770$$

Q) The sum of 5 numbers in A.P. is 30 and the sum of their squares is 220. Which of the following is the third term?

समांतर श्रेणी में 5 संख्याओं का योग 30 है और उनके वर्गों का योग 220 है। निम्नलिखित में से कौन सा तीसरा पद है?

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

$$\text{Sum} = 5a = 30$$

$$\boxed{a=6}$$

$$\text{तीसरा पद} = a = 6$$

Q) If  $a$  times the  $a$ th term of an A.P is equal to  $b$  times the  $b$ th term, find the  $(a+b)$ th term.

यदि किसी समांतर श्रेणी के  $a$ वें पद का  $a$  गुना,  $b$ वें पद के  $b$  गुना के बराबर है, तो  $(a+b)$ वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Let first term =  $m$

$$\boxed{a \times a^{\text{th}} \text{ term} = b \times b^{\text{th}} \text{ term}}$$

$$a \times [m + (a-1)d] = b \times [m + (b-1)d]$$

$$am + (a^2 - a)d = bm + (b^2 - b)d$$

$$m(a-b) + d[a^2 - b^2 - a + b] = 0$$

$$m(a-b) + d[(a^2 - b^2) - (a-b)]$$

$$m(a-b) + d(a-b)[a+b-1]$$

$$(a-b)[m + (a+b-1)d] = 0$$

$$\boxed{m + (a+b-1)d = 0}$$

$$(a+b)^{\text{th}} \text{ term}$$

$$m + (a+b-1)d = 0$$

Q) 5 numbers are inserted between the numbers 7 and 79, so that an A.P results. Find the third largest of these numbers.

संख्या 7 और 79 के बीच 5 संख्याएँ डाली जाती हैं, जिससे समांतर श्रेणी प्राप्त होती है। इनमें से तीसरी सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

$$\overbrace{7, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, 79}^{\text{AP}}$$

$$\text{first term} = 7 = a$$

$$7^{\text{th}} \text{ term} = 79$$

$$a + 6d = 79$$

$$6d = 79 - 7 = 72$$

$$\boxed{d=12}$$



$$\begin{array}{ccccccc} & -12 & & -12 & & -12 & \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & \\ 43 & & 55 & & 67 & & 79 \\ \text{III}^{\text{rd}} & & \text{II}^{\text{nd}} & & \text{I}^{\text{st}} & & \\ \text{largest} & & & & & & \end{array}$$

II<sup>nd</sup> Method

AP

$$7, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, 79$$

$$a_3 = \frac{7 + 79}{2}$$

$$\frac{86}{2} = 43$$

- Q) How many terms of an Arithmetic Progression must be taken for the sum of the A.P. to be equal to 385, if the 4<sup>th</sup> term is 23 and the difference between the third term and the eighth term is 30.
- समांतर श्रेणी का योग 385 के बराबर करने के लिए कितने पद लेने चाहिए, यदि चौथा पद 23 है तथा तीसरे पद और आठवें पद के बीच का अंतर 30 है।

4<sup>th</sup> term  $\rightarrow a + 3d = 23$

8<sup>th</sup> - 3<sup>rd</sup> = 30

$(a + 7d) - (a + 2d) = 30$

$a + 7d - a - 2d = 30$

$5d = 30$

$d = 6$

$a + 3 \times 6 = 23$

$a = 5$

$S_n = \frac{n}{2} [10 + (n-1)6] = 385$

$\frac{n}{2} \times 2 [5 + 3(n-1)] = 385$

$n [5 + 3n - 3] = 385$

$n [2 + 3n] = 385$

$11 [35] = 385$

$n = 11$

- Q) If the  $m$ th term of an A.P. is  $1/n$  and  $n$ th term is  $1/m$ , then find the sum to  $mn$  terms.

यदि किसी समांतर श्रेणी का  $m$ वाँ पद  $1/n$  है तथा  $n$ वाँ पद  $1/m$  है, तो  $mn$  पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$a + (m-1)d = \frac{1}{n}$$

$$na + (mn-n) \times d = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$a + (n-1)d = \frac{1}{m}$$

$$am + (mn-m) \times d = 1 \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2}$$

$$na + (mn-n) \times d = am + (mn-m) \times d$$

$$a(n-m) + [mn-mn-n+m]d = 0$$

$$a(n-m) - (n-m)d = 0$$

$$a(n-m) = d(n-m)$$

$$\boxed{a = d}$$

from (1)

$$na + (mn-n)a = 1$$

$$a[\cancel{n} + mn - \cancel{n}] = 1$$

$$\boxed{a = \frac{1}{mn}} = d$$

$$S_{mn} = \frac{mn}{2} [2a + (mn-1)d]$$

$$\frac{mn}{2} \left[ 2 \times \frac{1}{mn} + (mn-1) \times \frac{1}{mn} \right]$$

$$\frac{\cancel{mn}}{2} \times \frac{1}{\cancel{mn}} [2 + mn - 1]$$

$$\frac{1}{2} [1 + mn]$$

- Q) The sum of all terms of the arithmetic progression having ten terms except for the first term, is 99, and except for the sixth term, 89. Find the third term of the progression if the sum of the first and the fifth term is equal to 10.

पहले पद को छोड़कर दस पदों वाली समांतर श्रेणी के सभी पदों का योग 99 है, और छठे पद को छोड़कर 89 है। यदि पहले और पांचवें पद का योग 10 के बराबर है, तो प्रगति का तीसरा पद ज्ञात कीजिए।

$$S_{10} - a = 99$$

$$\frac{10}{2} [2a + 9d] - a = 99$$

$$[10a + 45d] - a = 99 \quad \text{--- ①}$$

$$S_{10} - 6^{\text{th}} \text{ term} = 89$$

$$\frac{10}{2} [2a + 9d] - (a + 5d) = 89$$

$$99 + a - a - 5d = 89$$

$$5d = 10$$

$$\boxed{d = 2}$$

$$2a + 4 \times 2 = 10$$

$$2a = 2$$

$$\boxed{a = 1}$$

$$1, 3, 5$$

↓  
3<sup>rd</sup> term

$$\begin{aligned} a + a + 4d &= 10 \\ \boxed{2a + 4d &= 10} \end{aligned}$$

- Q) The sum of the first term and the fifth term of an A.P. is 26 and the product of the second term by the fourth term is 160. Find the sum of the first seven terms of this A.P..

एक समांतर श्रेणी के पहले और पांचवें पद का योग 26 है तथा दूसरे पद का चौथे पद से गुणनफल 160 है। इस समांतर श्रेणी के पहले सात पदों का योग ज्ञात कीजिए।

$$a + a + 4d = 26$$

$$2a + 4d = 26$$

$$2(a + 2d) = 26 \quad | \div 2$$

$$\boxed{a + 2d = 13}$$

$$\begin{aligned} a + 6 &= 13 \\ \boxed{a} &= 7 \end{aligned}$$

$$a = 13 - 2d$$



$$2^{\text{nd}} \times 4^{\text{th}} = 160$$

$$(a+d) \times (a+3d) = 160$$

$$(13-2d+d) (13-2d+3d) = 160$$

$$(13-d) (13+d) = 160$$

$$(13^2 - d^2) = 160$$

$$d^2 = 169 - 160 = 9$$

$$d = \sqrt{9} = 3$$

$$S_7 = \frac{7}{2} [2a + 6d]$$

$$\frac{7}{2} \times 2 [a + 3d]$$

$$7 \times (a + 3d)$$

$$7 \times (7 + 9)$$

$$112$$

1. Find the sum of the first hundred even natural number divisible by 5.

प्रथम 100 सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए जो 5 से पूर्णतया विभाजित हों।

- (a) 50500
- (b) 55500
- (c) 60500
- (d) 65500

2. Find the sum of all integers between 50 and 500 which are divisible by 7.

50 व 500 के बीच 7 से विभाजित होने वाली संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

- (a) 13696
- (b) 15690
- (c) 17696
- (d) 19690

3. What is the 507<sup>th</sup> term of the sequence. 1, -1, 2, -2, 1, -1, 2, -2, 1.....

श्रेणी 1, -1, 2, -2, 1, -1, 2, -2, 1 ..... का 507वाँ पद ज्ञात कीजिए।

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

4. A boy agree to work at the rate of ₹1 on the first day, ₹2 of the second day, ₹ 4 on the third day, ₹8 of the 4<sup>th</sup> day and so on. How much would get all the end of 120 days.

एक लड़का पहले दिन ₹ 1 व दूसरे दिन ₹ 2 व तीसरे दिन ₹ 4 , चौथे दिन ₹ 8 की दर से काम करने के लिए सहमत होता है। तो वह 120 दिन में कितने ₹ प्राप्त करेगा?

- (a)  $(2^{60} - 1)$
- (b)  $(2^{100} - 1)$
- (c)  $(2^{120} - 1)$
- (d)  $(2^{160} - 1)$

5. If  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = 2025$ . Find  $(.11)^3 + (.22)^3 + \dots + (.99)^3$ .

यदि  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = 2025$  हो तो  $(.11)^3 + (.22)^3 + \dots + (.99)^3$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 26.952
- (b) 2.6952
- (c) .26952
- (d) 269.52

6. Find 288<sup>th</sup> term of the series a, b, b, c, c, c, d, d, d, d, e, e, e, e, e, f, f, .....

श्रेणी a, b, b, c, c, c, d, d, d, d, e, e, e, e, e, f, f, .... का 288 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

- (a) 288 is y
- (b) 288 is w
- (c) 288 is x
- (d) 288 is z

7. A person is to count 4500 notes. Let  $a_n$  denote the number of notes he counts in the  $n^{\text{th}}$  minute. If  $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{10} = 150$ , and  $a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots$  are in A.P. with the common difference -2, then the time taken by him to count all the notes is

एक व्यक्ति को 4500 नोट गिनने हैं। मान लीजिए कि  $a_n$ , nवें मिनट में गिने गए नोटों की संख्या को दर्शाता है। यदि  $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{10} = 150$ , तथा  $a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots$  समान अंतर -2 के साथ समांतर श्रेणी में हैं, तो उसके द्वारा सभी नोट गिनने में लिया गया समय है

- (a) 24 minutes
- (b) 34 minutes
- (c) 125 minutes
- (d) 135 minutes

8. The fifth term of an A.P. of n terms, whose sum is  $n^2 - 2n$ , is n पदों वाली समांतर श्रेणी का पांचवां पद, जिसका योग  $n^2 - 2n$  है, है

- (a) 5
- (b) 7
- (c) 8
- (d) 15

9. . What is the fourth term of an AP of n terms whose sum is  $n(n + 1)$ ?

n पदों वाली एक AP जिसके पदों का योगफल  $n(n + 1)$  है, का चौथा पद क्या है?

- (a) 6
- (b) 8
- (c) 12
- (d) 20



10. What is the sum of the series formed by the sequence  $3, \sqrt{3}, 1, \dots$  up to infinity?

अनुक्रम  $3, \sqrt{3}, 1, \dots$  अनन्त तक द्वारा निर्मित श्रेणी का योगफल क्या है?

(a)  $\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2}$

(b)  $\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2}$

(c)  $\frac{3(\sqrt{3}+1)}{2}$

(d)  $\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	B	C	B	C	B	B	B	A

# Worksheet solution

**Sol 1**

$$10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 100 \text{ term}$$

$$10(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100)$$

$$10 \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right] = 10 \left[ \frac{100 \times 101}{2} \right]$$

$$= 10 \times 5050 = 50500 \text{ Ans}$$

**Sol 2**

$$56, 63, 70, \dots, 497$$

$$\text{Number of term} = 64$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$= \frac{64}{2} [56 + 497]$$

$$= 17696 \text{ Ans}$$

**Sol 3**

$$1, -1, 2, -2, 1, -1, 2, -2, \dots$$

$$\frac{504}{4} \text{ then remainder is } 3$$

$$\therefore 507^{\text{th}} \text{ term is } 2 \text{ Ans}$$

( $\because$  हर 4 Number के बाद 4 नवा Number repeat होता है इस लिए पछे आता है)

**Sol 4**

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots$$

$$a = 1, r = 2$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{1(2^{120} - 1)}{2 - 1} = 2^{120} - 1 \text{ Ans}$$

**Sol 5**

$$(0.11)^3 + (0.22)^3 + (0.33)^3 + \dots + (0.99)^3$$

$$(0.11)^3 [1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3]$$

$$(0.11)^3 \cdot \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$(0.11)^3 \cdot \left[ \frac{9 \times 10}{2} \right]^2$$

$$(0.11)^3 \cdot 2025$$

$$0.001331 \times 2025$$

$$= 2.6952 \text{ Ans}$$

**Sol 6**

$$1, 2, 3, 4, \dots$$

$$\text{sum of } n \text{ term} = \frac{n(n+1)}{2} < 288$$

$$\text{Put } n = 23$$

$$\frac{23 \times 24}{2} < 288$$

$$276 < 288$$

$$\text{Next series } 277, 278, 279, \dots$$

$$\therefore 288^{\text{th}} \text{ term is } x. \text{ Ans}$$

**Sol 7**

Notes counted in first 9 minutes

$$= 9 \times 150 = 1350$$

$$\text{Remaining Notes} = 4500 - 1350 \\ = 3150$$

Now, he counts

150 Notes in 10<sup>th</sup> minute,

148 Notes in 11<sup>th</sup> minute,

$\therefore 150, 148, 146, \dots$   
(in AP)

$$a = 150, d = -2 \text{ and } S_n = 3150$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$3150 = \frac{n}{2} [300 + (n-1)(-2)]$$

$$6300 = n(302 - 2n)$$

$$2n^2 - 302n + 6300 = 0$$

$$n - 151n + 3150 = 0$$

$$(n-126)(n-25)$$

$$n = 26$$

$\therefore$  Total time take

$$= (25+9) = 34 \text{ Min} \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

**Sol 6**

$$S_n = n^2 - 2n$$

$$\Rightarrow S_1 = 1 - 2 = -1$$

$$\Rightarrow S_2 = 4 - 4 = 0$$

$$a_1 = -1 \text{ and } a_2 = 1$$

$$d = a_2 - a_1 = (1 - (-1)) = 2$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_5 = 1 + (5-1) \times 2 \\ = 7 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

**Sol 9**

$$S_n = n(n+1)$$

$$a_4 = S_4 - S_3$$

$$[\because a_n = S_n - S_{n-1}]$$

$$a_4 = 4(4+1) - 3(3+1)$$

$$a_4 = 20 - 12 = 8 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

**Sol 10**

$$3, \sqrt{3}, 1, \dots, \infty$$

$$a = 3$$

$$\text{सार्वत्रिक (r)} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{3}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2} \underline{\underline{\text{Ans}}}$$



ਗੁਣੀਲਰ ਐਥੀ

$I^{st}$        $II^{nd}$        $III^{rd}$        $IV^{th}$       .....  
 first term  $\leftarrow a$  ,  $ar$  ,  $ar^2$  ,  $ar^3$  .....  $ar^{n-1}$   
 प्रथम पद  
 Common Ratio =  $\frac{II^{nd}}{I^{st}} = \frac{III^{rd}}{II^{nd}} = \frac{IV^{th}}{III^{rd}}$   
 (सार्व अनुपात)  
 $\frac{ar}{a} = \frac{ar^2}{ar} = \frac{ar^3}{ar^2}$   
 $r = r = r$

$\downarrow$   
 $n^{th}$  term  
 $n^{वाँ}$  पद

$2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$   
 $\downarrow$   
 Ist term  
 $r = \frac{4}{2} = 2$

**FORMULAE:-**  $n^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^{n-1}$

Ex:- 7<sup>th</sup> term  $\rightarrow ar^{7-1} = ar^6$

10<sup>th</sup> term  $\rightarrow ar^9$

$$24^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^{23}$$

SUM OF GP  
GP का योग

$$\begin{aligned} \text{if } r > 1 & \quad S_n = \frac{a[r^n - 1]}{(r - 1)} \\ \text{if } r < 1 & \quad S_n = \frac{a[1 - r^n]}{(1 - r)} \end{aligned}$$

- Q) How many terms are there in the G.P. 5, 20, 80, 320, ... 20480?  
 गुणोत्तर श्रेणी 5, 20, 80, 320, ... 20480 में कितने पद हैं ?

$$n^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1} \quad r = \frac{20}{5} \text{ (4)}$$

$$\cancel{20480} = \cancel{5} \times (4)^{n-1}$$

$$4096 = 4^{n-1}$$

$$4^6 = 4^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

$$2^{12} = 4096$$

$$(2^2)^6$$

$$4^6 = 4096$$

- Q) How many terms are there in G.P. 4, 20, 100, ... 62500.  
 गुणोत्तर श्रेणी 4, 20, 100, ... 62500 में कितने पद हैं ?

$$r = \frac{20}{4} \text{ (5)}$$

$$n^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1}$$

$$\cancel{62500} = \cancel{4} \times 5^{n-1}$$

$$15625 = 5^{n-1}$$

$$5^6 = 5^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

$$\begin{array}{l} 5^3 = 125 \\ 5^4 = 625 \\ 5^5 = 3125 \\ 5^6 = 15625 \end{array} \left. \begin{array}{l} \times 5 \\ \times 5 \\ \times 5 \end{array} \right\}$$

- Q) If the first term is 125 and the common ratio is  $\frac{2}{5}$ , what will be the 4th term of the G.P?

यदि पहला पद 125 है और सार्व अनुपात  $\frac{2}{5}$  है, तो गुणोत्तर श्रेणी (G.P) का चौथा पद क्या होगा ?

$$a = 125$$

$$r = \frac{2}{5}$$

$$4^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^3$$

$$125 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$\frac{125 \times 8}{125}$$

$$8$$

Q) If the first term is 64 and the common ratio is  $\frac{3}{4}$ , what will be the 4th term of the GP?

यदि पहला पद 64 है और सार्व अनुपात  $\frac{3}{4}$  है, तो गुणोत्तर श्रेणी (G.P) का चौथा पद क्या होगा?

$$a = 64$$

$$r = \frac{3}{4}$$

$$4^{\text{th}} \text{ term} = ar^3$$

$$64 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$64 \times \frac{27}{64}$$

$$27$$

Q) Find the sum of 5 terms in a GP, given first term is 14 and common ratio is 5.

गुणोत्तर श्रेणी में 5 पदों का योग ज्ञात कीजिए, दिया गया पहला पद 14 है और सार्व अनुपात 5 है।

$$a = 14$$

$$r = 5$$

$$S_5 = \frac{a[r^5 - 1]}{(r - 1)}$$

$$= \frac{14[5^5 - 1]}{5 - 1}$$

$$= \frac{1}{2} [3125 - 1]$$

$$= \frac{1}{2} \times 3124$$

$$1562$$

Q) Find the sum of 4 terms in a GP, given first term is 16 and common ratio is 6.

यदि एक गुणोत्तर श्रेणी (GP) का प्रथम पद 16 और सार्व अनुपात 6 है तो इसके 4 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।



$$\begin{aligned}
 a &= 16 \\
 r &= 6 \\
 S_4 &= \frac{a[r^4 - 1]}{(r - 1)} \\
 &= \frac{16[6^4 - 1]}{6 - 1} \\
 &= \frac{16}{5}[1296 - 1] \\
 &= \frac{16}{5} \times 1295 = 259 \times 16 \\
 &= 4144
 \end{aligned}$$

Q) Sum of first 23 terms of a GP equal to the sum of the first 21 terms in the same GP. Sum of the first 25 terms is 2500, what is the 42nd term in the same GP?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 23 पदों का योगफल, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) में प्रथम 21 पदों के योगफल के बराबर है प्रथम 25 पदों का योगफल 2500 है, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) में 42वाँ पद क्या है?

$$\begin{aligned}
 &21^{\text{th}} \text{ term} + 22^{\text{nd}} + 23^{\text{rd}} \\
 &\quad \quad \quad \text{Sum} = 0
 \end{aligned}$$

23 पद का योग = 21 पद का योग

$$22^{\text{nd}} + 23^{\text{th}} = 0$$

$$k + kr = 0$$

$$k(1 + r) = 0$$

$$1 + r = 0$$

$$\boxed{r = -1}$$

$$S_{25} = \frac{a[(-1)^{25} - 1]}{-1 - 1} = 2500$$

$$\frac{a(-2)}{-2} = 2500$$

$$\boxed{a = 2500}$$

$$42^{\text{nd}} \text{ term} = ar^{41}$$

$$ar^{n-1} = 2500(-1)^{41}$$

$$-2500$$

Q) Sum of first 123 terms of GP is equal to the sum of the first 121 terms in the same GP. When first term is 1235. What is the 99th term in the same GP?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 123 पदों का योग, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 121 पदों के योग के बराबर है। जब पहला पद 1235 हो, तो उसी गुणोत्तर श्रेणी में 99 वाँ क्या है?

$$\frac{121 \text{ term} \quad 122^{\text{nd}} \quad 123^{\text{rd}}}{\text{Sum} = 0}$$

123 पदों का Sum = 121 पदों का योग

$$122^{\text{nd}} + 123^{\text{rd}}$$

$$k + kr = 0$$

$$k(1+r) = 0$$

$$\boxed{r = -1}$$

$$\boxed{a = 1235}$$

$$99^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1}$$

$$1235(-1)^{98}$$

$$1235$$

Q) Find the sum of the ~~sum of the~~ G.P.  $\frac{11}{5}, \frac{11}{25}, \frac{11}{125}, \frac{11}{625}, \dots$  to n terms

निम्न गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$\frac{11}{5}, \frac{11}{25}, \frac{11}{125}, \frac{11}{625}, \dots \text{ n पदों तक}$$

$$a = \frac{11}{5}$$

$$r = \left( \frac{\frac{11}{25}}{\frac{11}{5}} \right) = \frac{11 \times 5}{25 \times 11} = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{r < 1}$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{11}{5} \left[ 1 - \left( \frac{1}{5} \right)^n \right]}{\left( 1 - \frac{1}{5} \right)}$$

$$\frac{\frac{11}{5} \left[ 1 - \left( \frac{1}{5} \right)^n \right]}{\frac{4}{5}} = \frac{11}{4} \left( 1 - \left( \frac{1}{5} \right)^n \right)$$

Q) Find the sum of the G.P.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$  to  $n$  terms.

गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$   $n$  पदों तक

$$a = \frac{1}{3}$$

$$r = \left( \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} \right) = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{r < 1}$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{1}{3} \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^n \right]}{\left( 1 - \frac{1}{3} \right)}$$

$$\frac{\frac{1}{3} \left[ 1 - \frac{1}{3^n} \right]}{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{3^n} \right]$$

Q) Find the sum of the G.P.  $\frac{9}{10}, \frac{9}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{9}{10000}, \dots$  to  $n$  terms.

निम्न गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{9}{10}, \frac{9}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{9}{10000}, \dots$

$$a = \frac{9}{10} \quad \frac{9}{10} \times r = \frac{9}{100} \Rightarrow r = \frac{1}{10}$$

$$r = \frac{1}{10} \quad r = \frac{1}{10}$$



$$\boxed{r < 1}$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{9}{10} \left[ 1 - \left( \frac{1}{10} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$\frac{\frac{9}{10} \left[ 1 - \left( \frac{1}{10} \right)^n \right]}{\frac{9}{10}}$$

$$1 - \left( \frac{1}{10} \right)^n$$

$$\left( 1 - \frac{1}{10^n} \right)$$

Q) Find the sum of the G.P.  $\frac{5}{6}, \frac{5}{36}, \frac{5}{216}, \frac{5}{1296}, \dots$  to  $n$  terms.

गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात करें।

$\frac{5}{6}, \frac{5}{36}, \frac{5}{216}, \frac{5}{1296}, \dots$   $n$  पदों तक

$$a = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} \times r = \frac{5}{36} \quad \frac{1}{6}$$

$$\boxed{r < 1}$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)} \quad r = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\frac{5}{6} \left[ 1 - \left( \frac{1}{6} \right)^n \right]}{\left( 1 - \frac{1}{6} \right)}$$

$$1 - \left( \frac{1}{6} \right)^n$$

Q) A geometric progression (GP) consists of 200 terms. If the sum of odd terms of the GP is  $m$ , and the sum of even terms of the GP is  $n$ , then what is the common ratio?

एक गुणोत्तर श्रेणी (GP) में 200 पद हैं। यदि इस GP के विषम पदों का योगफल  $m$  है, और सम पदों का योगफल  $n$  है तो इसका साव्य अनुपात क्या है?

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, ar^{199}$$

$$\text{विषम } a + ar^2 + ar^4 + \dots + ar^{198}$$

$$\text{सम } ar + ar^3 + \dots + ar^{199}$$

$$\frac{\cancel{ar} [1 + r^2 + r^4 + \dots + r^{198}]}{\cancel{ar} [1 + r^2 + r^4 + \dots + r^{198}]} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{m}{n}$$

$$r = \frac{n}{m}$$

Q) In a GP tenth term is 9 and fourth term is 4, then its seventh term will be:

किसी गुणोत्तर श्रेणी का 10वाँ पद 9 है और चौथा पद 4 है, तो उसका सातवाँ पद होगा।

$$\cancel{ar^9} = \frac{9}{\cancel{ar^3}} \quad \text{①}$$

$$\cancel{ar^3} = \frac{4}{\cancel{ar^9}} \quad \text{②}$$

$$\boxed{r^6 = \frac{9}{4}}$$

Square root both side

$$\sqrt{r^6} = \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$(r^6)^{1/2}$$

$$\boxed{r^3 = \frac{3}{2}}$$

from ②

$$a \times \frac{3}{2} = 4$$

$$\boxed{a = \frac{8}{3}}$$

$$ar^6$$

$$2 \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{4}$$

Q) If  $p, q, r$  are in geometric progression, then which is true among the following?

यदि  $p, q, r$  गुणोत्तर श्रेणी में हों, तो निम्नलिखित में कौन - सा सत्य है?

$$\begin{array}{ccc} p & q & r \\ a & ar & ar^2 \end{array}$$

$p \times r = a^2 r^2$

$$\sqrt{p \times r} = \sqrt{a^2 r^2} = ar = q$$

Q) If 3rd, 8th and 13th terms of a GP are  $p, q$  and  $r$  respectively then which one of the following is correct?

यदि किसी GP के तीसरे, आठवें और तेरहवें पद क्रमशः  $p, q$  और  $r$  हों, तो निम्नलिखित में से कौन - सा सही है?

$$ar^2 = p$$

$$ar^7 = q$$

$$ar^{12} = r$$

$$(ar^7)^2 = ar^2 \times ar^{12}$$

$$a^2 r^{14} = a^2 r^{14}$$

Option A = correct

$$q^2 = pr$$

1. If  $a, b$  and  $c$  are in geometric progression then  $bc, ca, ab$ , are in  
यदि  $a, b, c$  गुणोत्तर श्रेणी में हों तो  $bc, ca, ab$  होंगे?

- (a) AP
- (b) GP
- (c) HP
- (d) CND

2. If  $a, b, c$  are in AP, then  $3^a, 3^b, 3^c$  are in  
यदि  $a, b, c$  समात्तर श्रेणी में हों तो  $3^a, 3^b, 3^c$  होंगे?

- (a) AP
- (b) GP
- (c) HP
- (d) None of these

3. First four terms of a series are 4, 12, 36, 108. What will be the 6th term of this series?

एक श्रृंखला के प्रथम चार पद 4, 12, 36, 108 हैं। इस श्रृंखला का 6वाँ पद क्या होगा?

- (a) 624
- (b) 324
- (c) 2916
- (d) 972

4. How many terms are there in G.P. 3, 18, 108, ....., 23328?

गुणोत्तर श्रेणी 3, 18, 108, ....., 23328 में कितने पद हैं?

- (a) 10
- (b) 4
- (c) 8
- (d) 6

5. How many terms are there in the G.P. 16, 8, 4, .....,  $\frac{1}{16}$ ?

गुणोत्तर श्रेणी 16, 8, 4, .....,  $\frac{1}{16}$  में कितने पद हैं?

- (a) 8
- (b) 9
- (c) 10
- (d) 11

6. find the value of  $9^{\frac{1}{3}}, 9^{\frac{1}{9}}, 9^{\frac{1}{27}}, \dots \infty$

$9^{\frac{1}{3}}, 9^{\frac{1}{9}}, 9^{\frac{1}{27}}, \dots \infty$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 3
- (b) 6
- (c) 9
- (d) 1



7. If  $n^{\text{th}}$  term of a G.P. is  $2n$ , then the sum of its first 6 terms is  
यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का  $n^{\text{वाँ}}$  पद  $2n$  है, तो उसके प्रथम 6 पदों का योग है

- (a) 126  
(b) 128  
(c) 254  
(d) 256

8. Find the sum of 5 terms in a GP, given first term is 14 and common ratio is 5.

गुणोत्तर श्रेणी में 5 पदों का योग ज्ञात कीजिए, दिया गया पहला पद 14 है और सार्व अनुपात 5 है

- (a) 13934  
(b) 11934  
(c) 10934  
(d) 12934

9. The sum of the first 63 terms of a geometric series (GP) is equal to the sum of the first 61 terms of the same geometric series. If the second term in the same geometric series is  $-653$ , then what will be the sum of 50 terms?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 63 पदों का योग समान गुणोत्तर श्रेणी के प्रथम 61 पदों के योग के बराबर है। यदि उसी गुणोत्तर श्रेणी में दूसरा पद  $-653$  है, तो 50 पदों का योग कितना होगा?

- (a) 4  
(b) 6  
(c) 0  
(d) 2

10. Find the sum of the G.P.  $\frac{9}{5}, \frac{9}{25}, \frac{9}{125}, \frac{9}{625}, \dots$  to  $n$  terms.

दी गई गुणोत्तर श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए  $\frac{9}{5}, \frac{9}{25}, \frac{9}{125}, \frac{9}{625}, \dots$   $n$  पदों तक-

- (a)  $\frac{9}{4} \left( 1 - \left( \frac{1}{5^n} \right) \right)$  (b)  $\frac{5}{9} \left( 1 - \left( \frac{1}{5^n} \right) \right)$   
(c)  $\frac{7}{9} \left( 1 - \left( \frac{1}{5^n} \right) \right)$  (d)  $\frac{4}{5} \left( 1 - \left( \frac{1}{5^n} \right) \right)$

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	D	D	B	A	A	C	C	A

## Worksheet solution

Sol 1

$a, b, c$  are in GP

then  $b^2 = ac$

Multiply both side ac

$$b^2 \times ac = (ac)^2$$

$$bc \times ab = (ac)^2$$

$\therefore bc, ac, ab$  are in GP

Sol 2

$a, b, c$  are in AP

$$\therefore 2b = a + c$$

$$3^{2b} = 3^{a+c}$$

$$3^{2b} = 3^a \times 3^c$$

$\therefore 3^a, 3^b, 3^c$  are in GP

Sol 3

4, 12, 36, 108

$$a = 4 \quad r = \frac{12}{4} = 3$$

$$T_6 = ar^{(6-1)}$$

$$= 4 \times 3^5$$

$$= 4 \times 243$$

$$= 972 \text{ Ans}$$

Sol 4

3, 18, 108, ..., 23328

$$a = 3 \quad r = \frac{18}{3} = 6$$

$$23328 = 3(6)^{n-1}$$

$$6^5 = 6^{n-1}$$

$$\therefore n = 6 \text{ Ans}$$

Sol 5

16, 8, 4, ...,  $\frac{1}{16}$

$$a = 16, r = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$T_n = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{16} = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore n = 9 \text{ Ans}$$

Sol 6

$$9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{9}} \times 9^{\frac{1}{27}} \times \dots \infty$$

$$= 9^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \infty}$$

$$\therefore \left[ S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \right]$$

$$= 9^{\frac{1}{2}} = 3 \text{ Ans}$$

**Sol 7**  $dn = 2^n \dots (i)$

Putting  $n = 1, 2, 3 \dots$  in (i)  
we get

GP =  $2, 2^2, 2^3 \dots$

$a = 2, r = 2 \ (r > 1)$

Sum of first 6 terms is  $S_6 =$

$$\frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{2(2^6 - 1)}{(2 - 1)}$$

$= 126$  Ans

**Sol 8**

$T_1 = a = 14, r = 5, n = 5$

$$S_5 = 14 \times \frac{(5^5 - 1)}{(5 - 1)}$$

$= 14 \times \frac{3124}{4}$

$= 10934$  Ans

**Sol 9**

$K \xrightarrow{61 \text{ पद}} K$   $K \xrightarrow{63 \text{ पद}} K$

$K + K_r = 0$  ( $\because$  63 पदों का योग = 61 पदों का योग)

$K(1 + r) = 0$

$r = -1$

$T_2 = ar^{2-1}$

$= ar$

$-63 = a \times -1$

$a = 63$

ATQ

$$S_{50} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$= \frac{63 [1 - (-1)^{50}]}{1 - (-1)}$$

$= 63 \times 0$

$S_{50} = 0$

**Sol 10**

$a = \frac{9}{5}, r = \frac{9}{25} \div \frac{9}{5} = \frac{1}{5}$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \quad (\because r < 1)$$

$$= \frac{9}{5} \frac{[1 - (\frac{1}{5})^n]}{(1 - \frac{1}{5})}$$

$$= \frac{9}{5} \frac{[1 - \frac{1}{5^n}]}{\frac{4}{5}}$$

$$= \frac{9}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n}\right)\right)$$

Ans

## A.P & G.P

### SUM OF INFINITE G.P.

$$r < 1$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

$$\text{if } n = \infty$$

$$r^n \sim 0$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$r = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{11} = \frac{1}{2048}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\infty} \approx 0$$

Q) The value of the product  $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{4}} \times 6^{\frac{1}{8}} \times 6^{\frac{1}{16}} \times \dots$  upto infinite terms is:

गुणनफल  $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{4}} \times 6^{\frac{1}{8}} \times 6^{\frac{1}{16}} \times \dots$  अनंत पदों तक का मान क्या है?

$$6^{\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \infty\right]}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$r = \left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{2}{4} \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$6^1 = 6$$

Q) The sum of the series  $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots \infty$  is equal to:

श्रृंखला  $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots \infty$  का योग किसके बराबर है?



$$r = -\frac{1}{3} \quad \frac{\frac{1}{3}}{-1} = -\frac{1}{3} \quad \left( \frac{-\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} \right) = \frac{-\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}$$

$$a = 3$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\frac{3}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{3}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$\frac{3 \times 3}{4} = \frac{9}{4}$$

Q) A number of squares are described whose perimeters are in G.P.

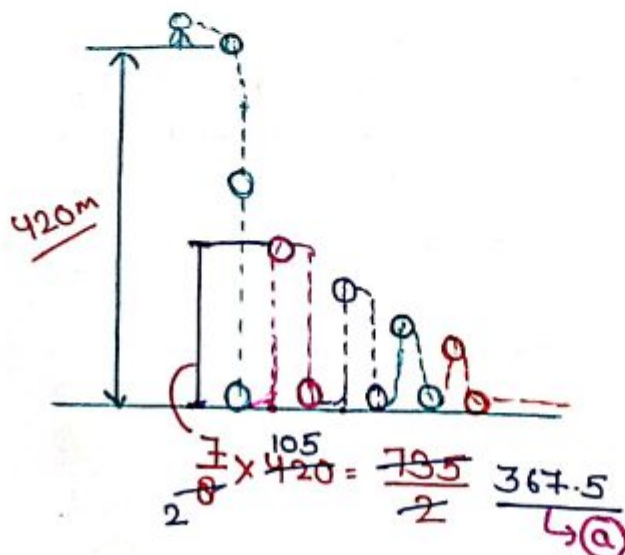
Then their sides will be in

कुछ वर्गों का वर्णन किया गया है जिनके परिमाण गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो उनकी भुजाएँ ज्यामितीय श्रेणी में होंगी।

G.P

Q) After striking a floor a rubber ball rebounds  $(7/8)$ th of the height from which it has fallen. Find the total distance that it travels before coming to rest, if it is gently dropped from a height of 420 meters.

फर्श से टकराने के बाद एक रबर की गेंद उस ऊँचाई के  $(7/8)$  भाग से उछलती है, जिस ऊँचाई से वह गिरी थी। यदि इसे 420 मीटर की ऊँचाई से धीरे से गिराया जाए, तो रुकने से पहले यह कुल कितनी दूरी तय करती है?



$$S_{\infty} = \left[ \frac{a}{1-r} \right] \times 2$$

$$\text{दूरी} = 420 + \frac{367.5}{1-\frac{7}{8}} \times 2$$

$$420 + 367.5 \times 16$$

$$5880.0$$

$$= 6300$$

M-②

$$\frac{n}{m} \text{ भाग उछलती है}$$

Ball के द्वारा तय की गई कुल दूरी

$$\text{height} \times \left[ \frac{m+n}{m-n} \right]$$

$$420 \times \frac{15}{1}$$

$$6300$$

Q) A ball is thrown from a height of 600m on the ground the ball bounce  $\frac{2}{3}$  times of its every last Bounce then calculate the total Distance the ball till it stop.

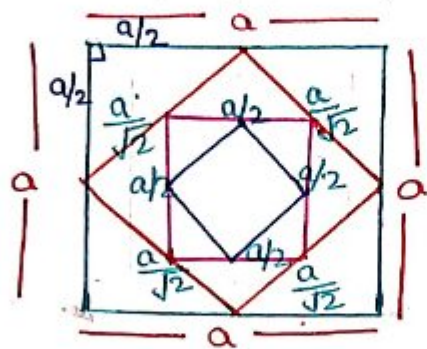
एक गेंद को जमीन पर 600 मीटर की ऊंचाई से फेंका जाता है। गेंद अपनी प्रत्येक अंतिम उछाल से  $\frac{2}{3}$  गुना उछलती है, तब गेंद द्वारा रुकने तक तय की गई कुल दूरी की गणना कीजिए।

$$600 \times \frac{5}{1}$$

$$3000m$$

Q) A square is drawn by joining the mid points of the sides of a square. A third square is drawn inside the second square in the same way and the process is continued infinitely. If the side of the square is 10 cm, then the sum of areas of all the squares so formed is:

एक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाकर एक वर्ग बनाया जाता है दूसरे वर्ग के अंदर भी इसी प्रकार तीसरा वर्ग बनाया जाता है और यह प्रक्रिया अनंत काल तक जारी रहती है। यदि वर्ग की भुजा 10 सेमी है, तो इस प्रकार बने सभी वर्गों के क्षेत्रफलों का योग है ?



$$\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = H^2$$

$$\frac{2a^2}{4} = H^2$$

$$H = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \left(\frac{a}{2}\right)$$

$$\text{भुजा } \frac{1}{\sqrt{2}} = r$$

$$\text{Area } a^2, \frac{a^2}{2}, \frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8} \dots$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$S_{\infty} = \frac{10^2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{100}{\frac{1}{2}}$$

200

- Q) A square is drawn by joining mid-points of the sides of a square. Another square is drawn inside the second square in the same way and the process is continued indefinitely. If the side of the first square is 16 cm, then what is the sum of the areas of all the squares?



एक वर्ग की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाकर एक वर्ग बनाया जाता है। इससे बने वर्ग के अंदर उसी तरह एक और वर्ग बनाया जाता है और यह प्रक्रिया अनिश्चित काल तक जारी रहती है। यदि पहले वर्ग की भुजा 16 सेमी है, तो सभी वर्गों के क्षेत्रफलों का योग क्या है?

$$\text{Area} = \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\frac{256}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{256}{\frac{1}{2}}$$

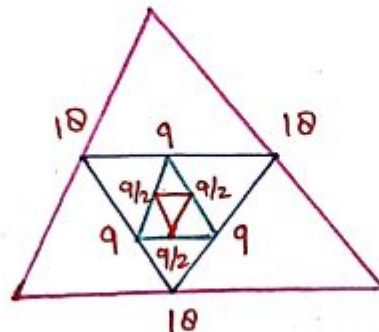
$$512$$

$$a = (\text{भुजा})^2$$

$$16^2 = 256$$

- Q) An equilateral triangle by joining the midpoints of a given equilateral triangle of side 18 cm. A third triangle is drawn inside the second in the same way. The process is constructed indefinitely. The sum of the areas of all such triangle in  $\text{cm}^2$  is

18 सेमी भुजा वाले किसी दिए गए समबाहु त्रिभुज के मध्यबिंदुओं को जोड़कर एक समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है। दूसरे त्रिभुज के अंदर एक तीसरा त्रिभुज भी इसी तरह बनाया जाता है। प्रक्रिया अनिश्चित काल तक बनाई जाती है। सेमी<sup>2</sup> में ऐसे सभी त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग है।



$$\text{भुजा} \rightarrow \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 18^2, \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 224$$



$$81\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{4} \times 81, \dots$$

$$r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 81}{81\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\frac{81\sqrt{3}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{81\sqrt{3}}{\frac{3}{4}} \times 4$$

$$108\sqrt{3}$$

Perimeter = ?

$$\text{भुजा} = r = \frac{1}{2}$$

$$\text{परिमाण} = \frac{1}{2}$$

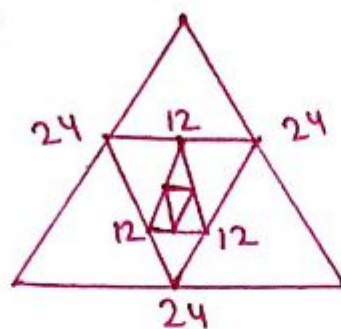
$$54, 27, 13.5, \dots$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\frac{54}{1-\frac{1}{2}} = \frac{54}{\frac{1}{2}} = 108$$

Q) An equilateral triangle is drawn by joining the midpoints of the sides of another equilateral triangle. A third equilateral triangle is drawn inside the second one joining the midpoints of the sides of the second equilateral triangle, and the process continues infinitely. Find the sum of the perimeters of all the equilateral triangles, if the side of the largest equilateral triangle is 24 units.

एक समबाहु त्रिभुज की भुजाओं के मध्यबिंदुओं को जोड़कर दूसरा समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है। दूसरे समबाहु त्रिभुज के अंदर एक तीसरा समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है जो दूसरे समबाहु त्रिभुज की भुजाओं के मध्यबिंदुओं को जोड़ता है, और यह प्रक्रिया अनंत तक जारी रहती है। सभी समबाहु त्रिभुजों के परिमाणों का योग ज्ञात कीजिए, यदि सबसे बड़े समबाहु त्रिभुज की भुजा 24 इकाई है।



$$\text{परिमाणु} = \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

$$72, 36, 18, 9, \dots$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{72}{1-\frac{1}{2}} = \frac{72}{\frac{1}{2}} = 144$$

## HARMONIC PROGRESSION (H.P.) हरात्मक श्रेणी

- HP is the reciprocal of AP  
HP, AP का व्युत्क्रम होता है।
- AP  $\rightarrow a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$
- HP  $\rightarrow \frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}, \dots, \frac{1}{a+(n-1)d}$

$a, b \rightarrow \text{H.P.}$   
Harmonic Mean = ?

$$\frac{1}{a}, \frac{1}{b} \rightarrow \text{AP}$$

$$AM = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2} = \frac{a+b}{2ab}$$

$$\boxed{HM = \frac{2ab}{a+b}}$$

$a, b, c \rightarrow \text{H.P.}$

$$HM = \frac{3abc}{ab+bc+ca}$$

Arithmetic Mean

$a, b$

$$\boxed{AM = \frac{a+b}{2}}$$

$a, b, c$

$$AM = \frac{a+b+c}{3}$$

Geometric Mean

$a, b$

$$\boxed{G.M. = (a \times b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ab}}$$

$a, b, c$

$$G.M. = (a \times b \times c)^{\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{AM \geq GM \geq HM}$$

2, 4	$\sqrt{2 \times 4}$	$\frac{2ab}{a+b}$
$\frac{2+4}{2} = 3$	$\sqrt{8}$	$\frac{2 \times 2 \times 4}{6}$
	$2\sqrt{2}$	$\frac{16}{6} = \frac{8}{3}$
	$2 \times 1.4$	
	$2.8$	$2.6$

Q) If the first two terms of a H.P. are  $\frac{2}{5}$  and  $\frac{12}{13}$ , respectively. Which of the following terms is the largest term?

यदि किसी H.P. के प्रथम दो पद क्रमशः  $\frac{2}{5}$  और  $\frac{12}{13}$  हैं, तो निम्नलिखित में से कौन सा पद सबसे बड़ा पद है?

$$\frac{2}{5}, \frac{12}{13} \rightarrow \text{HP}$$

$$\frac{5}{2}, \frac{13}{12} \rightarrow \text{AP}$$

↓  
a

$$d = \frac{13}{12} - \frac{5}{2}$$

$$\frac{26-60}{24} = \frac{-34}{24} = \left(\frac{-17}{12}\right)$$

$$\text{H.P. } n^{\text{th}} \text{ term} = \frac{1}{\frac{5}{2} + (n-1)\left(\frac{-17}{12}\right)}$$

for the largest term denominator should be least  $\sim 0$

$$\frac{5}{2} - (n-1)\frac{17}{12} = 0$$

$$\therefore (n-1)\frac{17}{12} = \frac{5}{2}$$

$$n-1 = \frac{30}{17}$$

$$n = 1 + \frac{30}{17} = \frac{47}{17} \approx 2$$

2nd term



Q) A and B are two numbers whose AM is 25 and GM is 7. Which of the following may be a value of A?

A और B दो संख्याएँ हैं जिनका AM 25 है और GM 7 है। निम्नलिखित में से A का मान क्या हो सकता है?

$$\frac{A+B}{2} = 25$$

$$\boxed{A+B=50}$$

$$\text{GM} \quad \sqrt{AB} = 7$$

$$\boxed{AB=49}$$

$$\begin{array}{c} 1 \times 49 \\ 7 \times 7 \end{array}$$

Q) Two numbers A and B are such that their GM is 20% lower than their AM. Find the ratio between the numbers.

दो संख्याएँ A और B इस प्रकार हैं कि उनका GM उनके AM से 20% कम है। संख्याओं के बीच का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\begin{array}{cc} \text{AM} & \text{GM} \\ \frac{100}{5} & : \quad \frac{80}{4} \end{array}$$

$$\frac{A+B}{2\sqrt{AB}} = \frac{5}{4}$$

By option

$$\frac{A+B}{\sqrt{AB}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{4+1}{\sqrt{4 \times 1}} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{array}{c} A : B \\ 4 : 1 \end{array}$$

Q) For two observations, the sum is S and product is P. What is the harmonic mean of these two observations?

दो अवलोकनों के लिए, योग S है और गुणाफल P है। इन दो अवलोकनों का हार्मोनिक मध्य क्या है?



A, B

$$HM = \frac{2AB}{A+B} = \frac{2 \times P}{S}$$

Q) The harmonic mean and the geometric mean of two numbers are 10 and 12 respectively. What is their arithmetic mean?

दो संख्याओं के हरात्मक माध्य और गुणोत्तर माध्य क्रमशः 10 और 12 हैं।  
उनका समांतर माध्य क्या है?

$$HM \Rightarrow \frac{2AB}{A+B} = 10 \quad \text{--- ①}$$

$$GM \Rightarrow \sqrt{AB} = 12 \Rightarrow AB = 12^2 = 144$$

$$AM = \frac{A+B}{2} = ?$$

$$\frac{2 \times 144}{A+B} = 10$$

$$A+B = \frac{2 \times 144}{10}$$

$$AM \quad \frac{A+B}{2} = \frac{2 \times 144}{10 \times 2} = 14.4$$

Q) The fifth of the H.P.  $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \dots$  will be

H.P.  $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}$  का पांचवां भाग ---- होगा।

$$AP = \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \dots$$

$$\text{②} \quad \boxed{d = \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{10}}$$

$$5^{\text{th}} \text{ term} = a + (n-1)d$$

$$\frac{1}{2} + 4 \times \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \left(\frac{1}{10}\right)$$

HP का 5<sup>th</sup> term

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{10}\right)} = 10$$

1. Find the value of  $32 \times 32^{\frac{1}{6}} \times 32^{\frac{1}{36}} \times \dots \infty$   
 $32 \times 32^{\frac{1}{6}} \times 32^{\frac{1}{36}} \times \dots \infty$  का मान ज्ञात करो।

- (a) 68
- (b) 72
- (c) 74
- (d) 64

2. Find the sum of the infinite series:

अनंत श्रृंखला का योग ज्ञात करें:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots \infty$$

- (a)  $\frac{7}{25}$
- (b)  $\frac{13}{24}$
- (c)  $\frac{11}{21}$
- (d)  $\frac{14}{15}$

3. If the ratio of AM (arithmetic mean) to GM (geometric mean) of two positive numbers  $a$  and  $b$  is  $5 : 3$ , then what is  $a : b$  equal to?

यदि दो धनात्मक संख्याओं  $a$  और  $b$  के AM (समान्तर माध्य) से GM (गुणोत्तर माध्य) का अनुपात  $5:3$  है, तो  $a:b$  किसके बराबर है?

- A.  $3:5$
- B.  $2:9$
- C.  $9:1$
- D.  $5:3$

4. If arithmetic and geometric mean of  $x$  and  $y$  is  $8$  and  $3\sqrt{7}$  respectively, then the value of  $x^3 + y^3$  is?

यदि  $x$  और  $y$  का समान्तर और गुणोत्तर माध्य क्रमशः  $8$  और  $3\sqrt{7}$  है, तो  $x^3 + y^3$  का मान क्या है?

- A. 1072
- B. 945
- C. 559
- D. 855

5. If the first term of an infinite geometric progression is  $x$  and the sum is  $5$ , then which of the following is correct?

यदि किसी अनन्त गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद  $x$  और योगफल  $5$  है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है?

- (a)  $x < -10$
- (b)  $-10 < x < 0$
- (c)  $0 < x < 10$
- (d)  $x > 10$

6. If the second term of a geometric progression (GP) is  $2$  and the sum of its infinite terms is  $8$ , then the geometric progression (GP) is

यदि एक गुणोत्तर श्रेणी (GP) का दूसरा पद  $2$  है और इसके अनन्त पदों का योगफल  $8$  है, तो गुणोत्तर श्रेणी (GP) है

- (a)  $8, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \dots$
- (b)  $10, 2, \frac{2}{5}, \frac{2}{25}, \dots$
- (c)  $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots$
- (d)  $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$

7. After falling on the floor, the ball travels  $4/5$ th of the height from which it fell. If the ball is gently dropped from a height of  $120$  m then find the total

distance travelled by the ball till it comes to rest.

फर्श पर गिरने के बाद, गेंद उस ऊँचाई से  $\frac{4}{5}$  वें हिस्से तक जाती है जहाँ से वह गिरी थी। यदि गेंद को धीरे से 120 मीटर की ऊँचाई से गिराया जाए तो गेंद की विश्राम की स्थिति में आने तक की कुल दूरी ज्ञात कीजिए।

- A. 540 मीटर
- B. 960 मीटर
- C. 1080 मीटर
- D. 1120 मीटर

8. A square is formed by joining the midpoints of the sides of a given square. Similarly this process continues till infinity. If the side of the first square is 4 cm, then what is the sum of the areas of all the squares?

किसी दिए गए वर्ग की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाकर एक वर्ग बनाया जाता है। इसी प्रकार यह प्रक्रिया अनंत तक चलती रहती है। यदि पहले वर्ग की भुजा 4 सेमी है, तो सभी वर्गों के क्षेत्रफल का योग कितना है?

- A.  $32 \text{ सेमी}^2$
- B.  $16 \text{ सेमी}^2$
- C.  $64 \text{ सेमी}^2$
- D.  $48 \text{ सेमी}^2$

9. The side of  $\Delta$  is , 8, 10 cm. If  $\Delta$  is formed by joining the mid point of all the side of that  $\Delta$  this process is repeated infinite time find the sum of area of infinite  $\Delta$ .

एक त्रिभुज की भुजा 6, 8, 10 सेमी है। इसकी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को

मिलाकर अनन्त त्रिभुज बनाये गये तो सभी  $\Delta$  के क्षेत्रफल का योग क्या होगा?

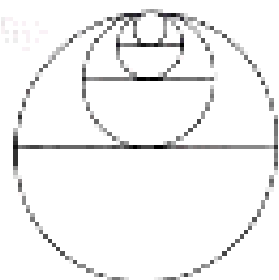
- (a)  $32 \text{ cm}^2$
- (b)  $30 \text{ cm}^2$
- (c)  $26 \text{ cm}^2$
- (d)  $34 \text{ cm}^2$

10. Infinite circle are in scribed successively inside the upper half of circles as shown in the figure below. The radius of the largest circle is  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  units. Find

the sum of area of all the circle formed in square units.

वृत्त के आधे भाग में अनन्त वृत्त चित्रानुसार बनाये गये हैं। बड़े वृत्त की त्रिज्या  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  हो तो सभी वृत्तों के क्षेत्रफल का योग ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{5}{3}$
- (b)  $\frac{4}{3}$
- (c)  $\frac{6}{4}$
- (d)  $\frac{5}{4}$



### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	A	C	C	C	A	A	B

Sol 1

$$32 \times 32^{\frac{1}{6}} \times 32^{\frac{1}{36}} \dots \infty$$

$$32^{1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} \dots \infty}$$

$$a = 1 \quad x = \frac{1}{6}$$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{6}{5}$$

$$32^{\frac{6}{5}} = 2^5 \times \frac{6}{5} = 2^6$$

$$= 64 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Sol 2

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots \infty$$

$$= \left( \frac{2}{5} + \frac{2}{5^3} + \dots \infty \right) + \left( \frac{3}{5^2} + \frac{3}{5^4} + \dots \infty \right)$$

$$= \frac{\left( \frac{2}{5} \right)}{\left( 1 - \frac{1}{5^2} \right)} + \frac{\left( \frac{3}{5^2} \right)}{\left( 1 - \frac{1}{5^2} \right)}$$

$$= \left( \frac{2}{5} \times \frac{25}{24} \right) + \left( \frac{3}{25} \times \frac{25}{24} \right)$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{3}{24}$$

$$= \frac{13}{24} \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Sol 3

AM (समान 2 माध्य)

$$\frac{a+b}{2} = 5$$

$$a+b = 10 \quad \text{--- (i)}$$

GM (गुणोत्तर माध्य)

$$\sqrt{ab} = 3$$

$$ab = 9 \quad \text{--- (ii)}$$

Put  $a=9, b=1$

सम (i) से

$$a+b = 10$$

$$9+1 = 10$$

सम (ii) से

$$ab = 9$$

$$9 \times 1 = 9$$

both condition are satisfi

$$\therefore a:b = 9:1 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Sol 4

$$AM = 8$$

$$\frac{x+y}{2} = 8$$

$$x+y = 16 \quad \text{--- (i)}$$

$$GM = 3\sqrt{7}$$

$$\sqrt{xy} = 3\sqrt{7}$$

$$xy = 63 \quad \text{--- (ii)}$$



Put  $x = 9$  &  $y = 7$   
 समी (i) से

$$x + y = 16$$

$$9 + 7 = 16$$

समी (ii) से

$$xy = 63$$

$$9 \times 7 = 63$$

both conditions are satisfied.

$$\therefore x : y = 9 : 7$$

$$x^2 + y^2 = 81 + 49$$

$$= 130 \text{ Ans}$$

**Sol 5**

अनन्त गुणोत्तर श्रृंखला का योग

$$= \frac{a}{1-r}$$

$$\therefore \frac{x}{1-r} = 5$$

$$\frac{x}{5} = 1-r$$

$$r = 1 - \frac{x}{5} \text{ जहाँ } (|r| < 1)$$

$$-1 < 1 - \frac{x}{5} < 1$$

$$-2 < -\frac{x}{5} < 0$$

$$-10 < -x < 0$$

$$0 < x < 10 \text{ Ans}$$

**Sol 6**

$$a_2 = 2 \text{ & } S_\infty = 8$$

विकल्प check करने पर -

विकल्प (d) में  $a_2 = 3$  दी श्रृंखला  
 (d) गलत है

विकल्प (a) व (b) के विकल्पों की  
 प्रती का योगफल 8 से ज्यादा है  
 इसलिए (a) व (b) दोनों गलत हैं,  
 अतः विकल्प (c) सही है

**Sol 7**

$$a = \frac{4}{5} \times 120 = 96$$

$$r = \frac{4}{5}$$

$$S_\infty = \left[ \frac{a}{1-r} \right] \times 2$$

$$\text{दूसरी} = 120 + \frac{96}{1 - \frac{4}{5}} \times 2$$

$$= 120 + 96 \times 10$$

$$= 120 + 960$$

$$= 1080 \text{ Ans}$$

**Alternate Method**

$$\text{height} \times \left[ \frac{n+1}{n-1} \right]$$

$$\frac{4}{5} = \frac{n}{n}$$

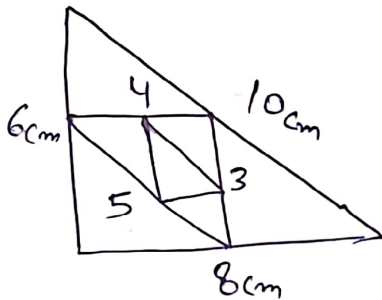
$$= 120 \times \frac{9}{1}$$

$$= 1080 \text{ Ans}$$

Sol 8

$$\begin{aligned}
 a &= 10, r = \frac{1}{2} \\
 S_{\infty} &= \frac{a^2}{1-r} \\
 &= \frac{4^2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{1}{2}} \\
 &= 32 \text{ sq unit} \underline{\underline{\text{Ans}}}
 \end{aligned}$$

Sol 9



$$\begin{aligned}
 S_{\infty} &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \times 2 \times 1.5 + \dots \\
 &= 24 + 6 + 1.5 + \dots \infty
 \end{aligned}$$

$$a = 24, r = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
 S_{\infty} &= \frac{a}{1-r} = \frac{24}{1-\frac{1}{4}} \\
 &= \frac{24 \times 4}{3} = 32 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Sol 10

sum of area of all circle =

$$\pi \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \right]^2 + \pi \left[ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \right]^2 + \dots \infty$$

$$= 1 + \frac{1}{4} + \dots \infty$$

$$\begin{aligned}
 S_{\infty} &= \frac{1}{1-\frac{1}{4}} \\
 &= \frac{4}{3} \text{ sq unit} \underline{\underline{\text{Ans}}}
 \end{aligned}$$