L2D Method

Series

Factors

Smallest Greatest

L2D Method

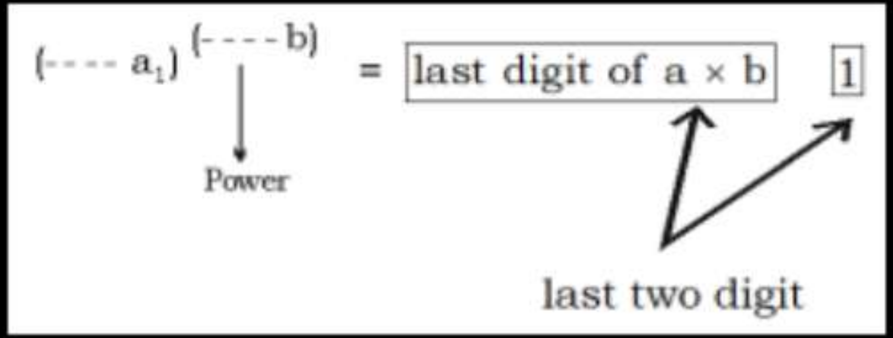
(अंतिम दो अंक विधि)

Last 2 Digits Method

किसी संख्या (Number) को 100 से भाग देने पर प्राप्त शेषफल Last Two Digit (L2D) कहलाता है।

[I] Rules of Finding Last Two Digit (अंतिम दो अंक ज्ञात करने के नियम):

(1) Ending in 1 (जो 1 से समाप्त हो रहा है)

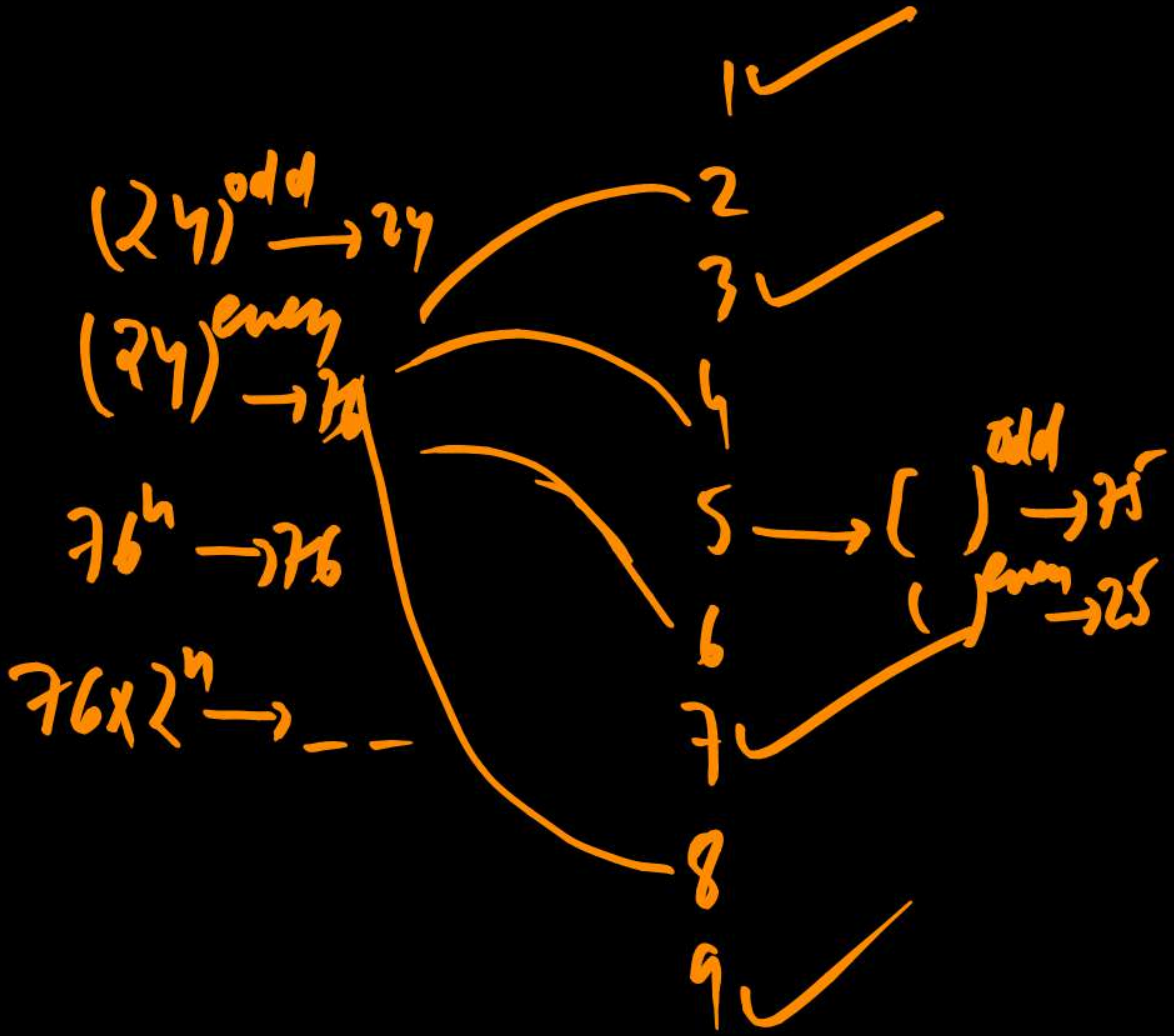


(2) Even Number (सम संख्या):

$(24^{Odd}) = 24$

$(76)^N = 76$ last two digit

$(24^{even}) = 76$


(24)odd → 24
(24)even → 76
76n → 76
76x2n → _ _
1
2
3
4
5
6
7
8
9

76×2^n = last two digit of 2^n

$2^{20} = 1048576$

(3) Ending in 5:-

यदि अंतिम से पहला अंक (Second Last) विषम (Odd) है, तो यह 75 में end होगा और घात (Power) सम (Even) है, तो 25 पर मदक होगा।

$76^{65} \longrightarrow 75$

$1995^{2014} \longrightarrow 25$

$65^{75} \longrightarrow 25$

$1995^{2015} \longrightarrow 75$

$3573 \longrightarrow 75$

(4) Odd Number (विषम संख्या) 3, 7, 9:-

Last Digit 1 बनाने में convert करें।

(5) $x^2, (50-x)^2, (50+x)^2, (100-x)^2, (100+x)^2$

सभी के last two digit समान होते हैं:

Ex: $x = 26$

$x^2 = 26^2 = 676$

$(100-x)^2 = (74)^2 = 5476$

$(100+x)^2 = (126)^2 = 15876$

$(50-x)^2 = (24)^2 = 476$

$(50+x)^2 = 76^2 = 5776$

Ex.1: $(491)^{83}$ last two digit = ?

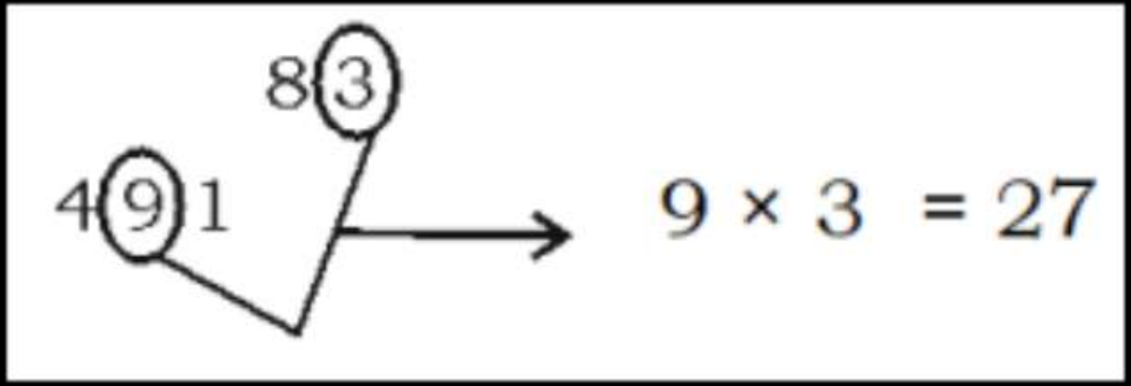
Soln: हमें last two digit निकालने हैं

Step (1) सबसे पहले Unit Digit निकाल कर लिख लेंगे।

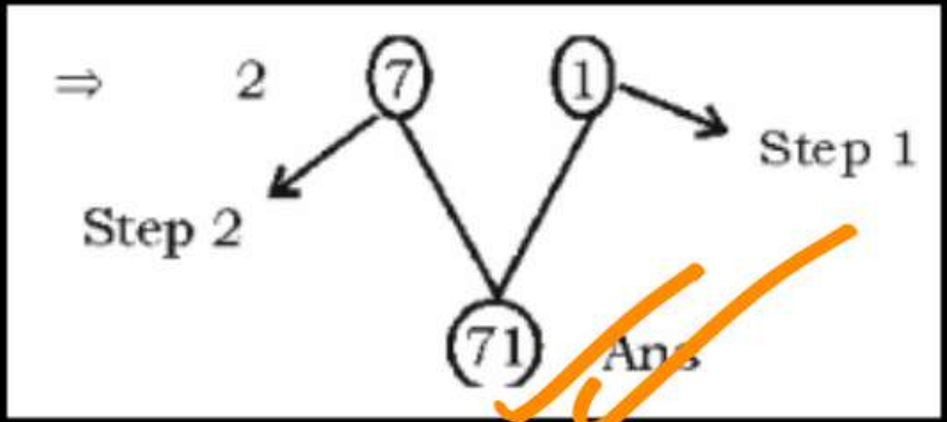
$(491)^{83} \rightarrow 71$

1 की Power का Unit Digit = 1 है

Step (2) अब Number का दहाई अंक (Tens Place) को Power के इकाई अंक (Unit Digit) के साथ multiply करेंगे।

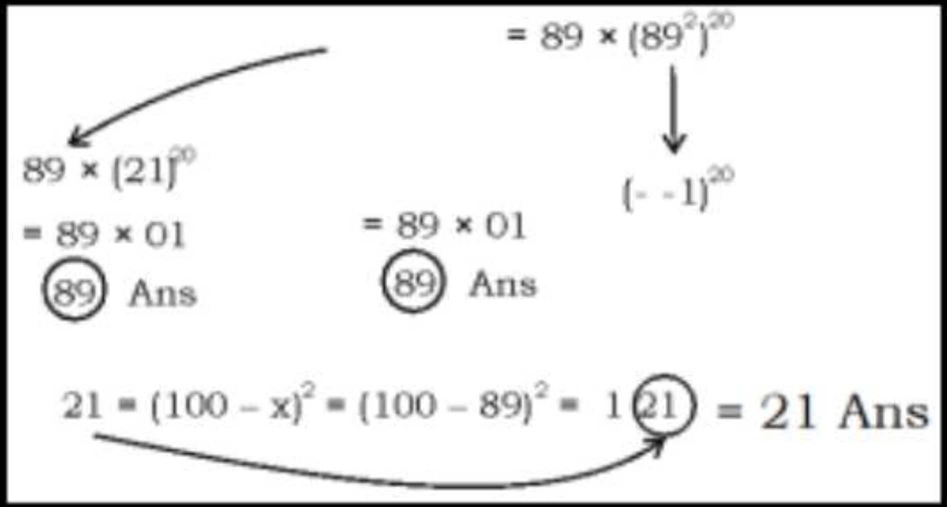


(3) Step 2 में multiplication के बाद जो last two digits आए हैं उसका आखिरी अंक (Last Digit) Step 1 में प्राप्त हुए अंक के आगे लिख देंगे और Number के last two digit निकल जाएंगे।



Ex.2: $(86789)^{41}$, Last two digit = ?

Soln: Last two digit = $(89)^{41} = 89 \times (89)^{40}$



$(86789)^{41} \rightarrow (89)^{41} \rightarrow 89 \times (89)^{40}$

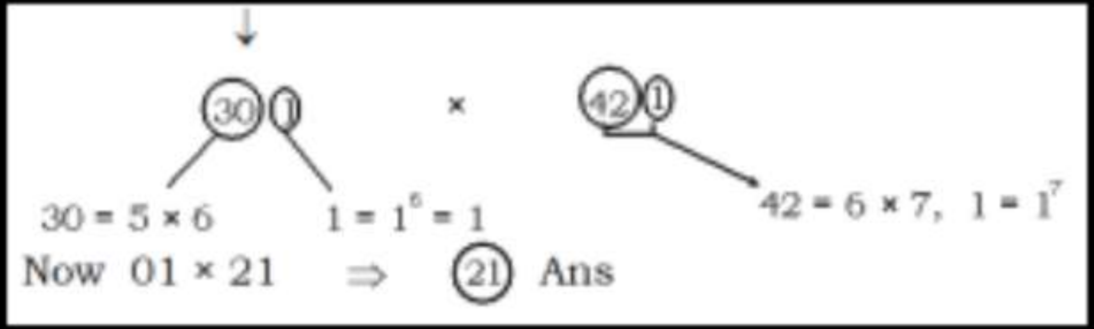
$89 \times (89^2)^{20}$

$89 \times (21)^{20}$

$89 \times 01 \rightarrow 89$ Ans

Ex.3: $51^{456} \times 61^{657}$, Last two digit = ?

Soln: $51^{456} \times 61^{657}$



$51^{456} \times 61^{657}$

$01 \times 21 \longrightarrow 21$

Ex.4: 2^{105}, Last two digits = ?

Soln: $(2^{20})^5 \times 2^5$

$(....76)^5 \times 2^5$

$\Rightarrow 76 \times 25 = \boxed{32}$ Ans

$2^5 \times 2^{100}$

$2^5 \times (2^{20})^5$

$2^5 \times (.....76)^5$

$2^5 \times 76 \longrightarrow 32$ Ans

$2^{10} \times 2^{10}$

$\downarrow$

1024×1024

Ex.5: $499 \times 695 \times 705$, Last two digits = ?

Soln: $\dfrac{\overset{\boxed{-1}}{499} \times \overset{\boxed{-5}}{695} \times \overset{\boxed{+5}}{705}}{100}$

[∵ 100 से भाग देने पर −1, −5, +5 शेषफल आयेगा]

$-1 \times -5 \times 5 = 25$ R or

Last two digit = $\boxed{25}$ Ans

Ex.6: 653 × 227 × 96 × 973 × 98, Last two digits = ?

Soln: $\frac{653 \times 227 \times 96 \times 973 \times 98}{100}$

⟶ ÷4 ⟵

[यहाँ 4 से ÷ इसलिए किया because 25 सभी को आसानी से ÷ कर देगी]

$\frac{653 \times 227 \times 24 \times 973 \times 98}{25}$

$\Rightarrow 3 \times 2 \times -1 \times -2 \times -2$

$\Rightarrow -24 = -24 + 25 = \boxed{01}$

$01 \times 4 = 04$

01 × 4* = Ans [4* = क्योंकि 4 से ÷ किया था इसलिए 4 से गुणा करना होगा]

[II] L2D Method से Exam Calculation पर प्रहार:-

1. जब हासिल (Carry) न हो:

Ex.: 7798513671 × 343732913, Last two digits = ?

Soln: **Step 1:** Last two digits निकालने के लिए हमें Number के सिर्फ last two digit लेने हैं।

Step 2: Unit Digit तो आखिरी अंकों की गुणा करके सभी निकाल लेते है लेकिन Last two digits निकालने में परेशानी आती है।

Step 3: सबसे पहले Last Digit की आपस में गुणा करेंगे और अंतिम अंक लिखेंगे।

1 × 3 = 3

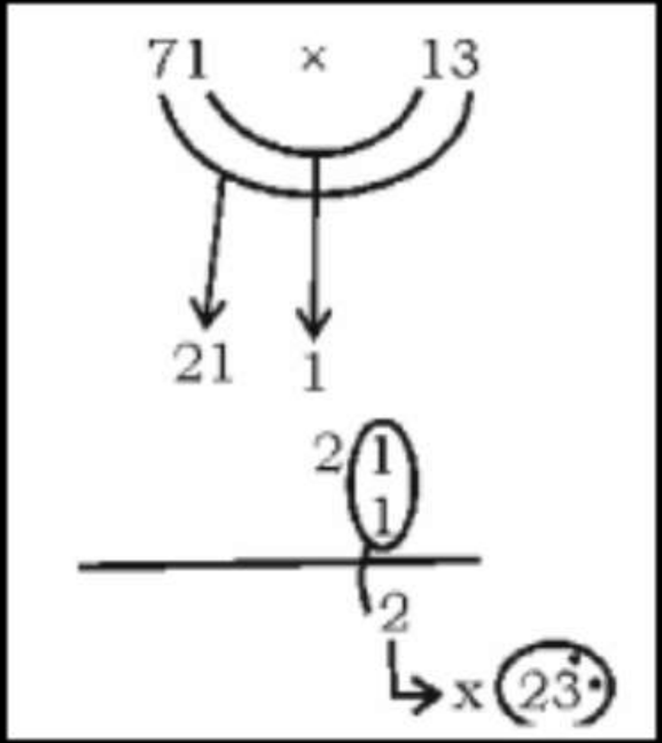
Step 4: Unit Digit निकालने के बाद निम्नलिखित Steps follow करेंगे।

----- 71 × 13

Step 5: पास-पास वाले No की और दूर-दूर वाले Number की आपस में multiply करते है।

Step 6: पास-पास वालों की गुणा करके जो Number आए उसे लिख लो फिर दूर-दूर वालों की गुणा करके जो Number आए उसे पहली में जोड़ दो, यदि कोई हासिल (Carry) आए तो हमें उससे कोई मतलब नहीं सिर्फ पिछला Number लेना है।

- इस प्रकार, last two digits निकाल पाएंगे।



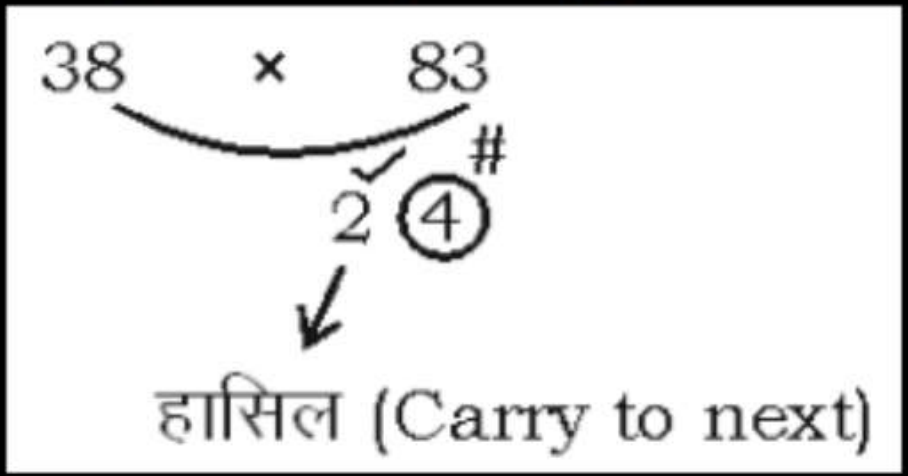
2. जब हासिल (Carry) हो:

Ex.1: 292383473438 × 613694252383 Last two digit = ?

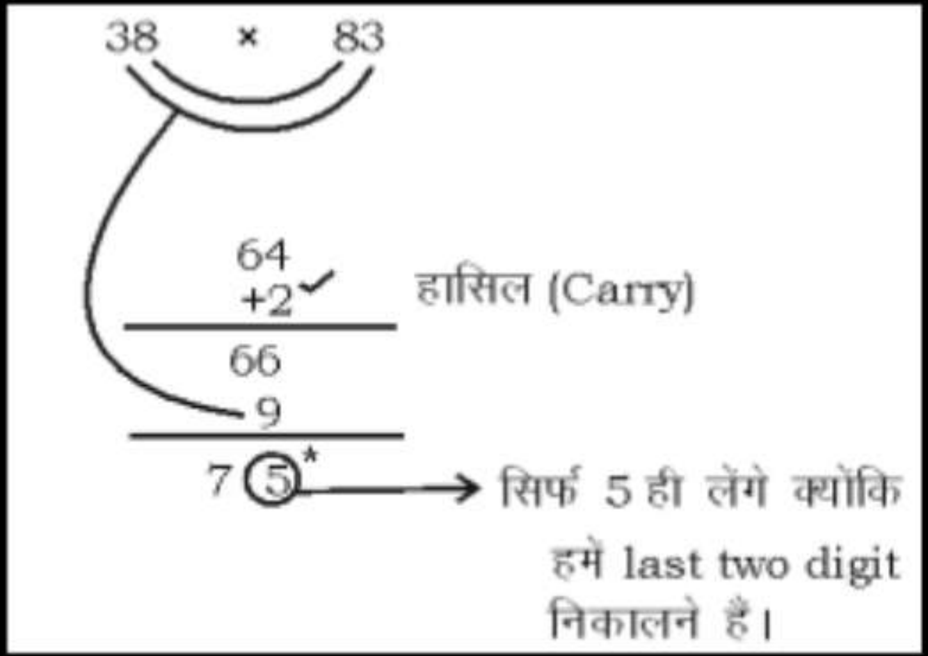
Soln: चूँकि हमें last two digits निकालने हैं इसलिए सिर्फ last two digits (अंतिम दो अंक) लेंगे और multiply करेंगे।

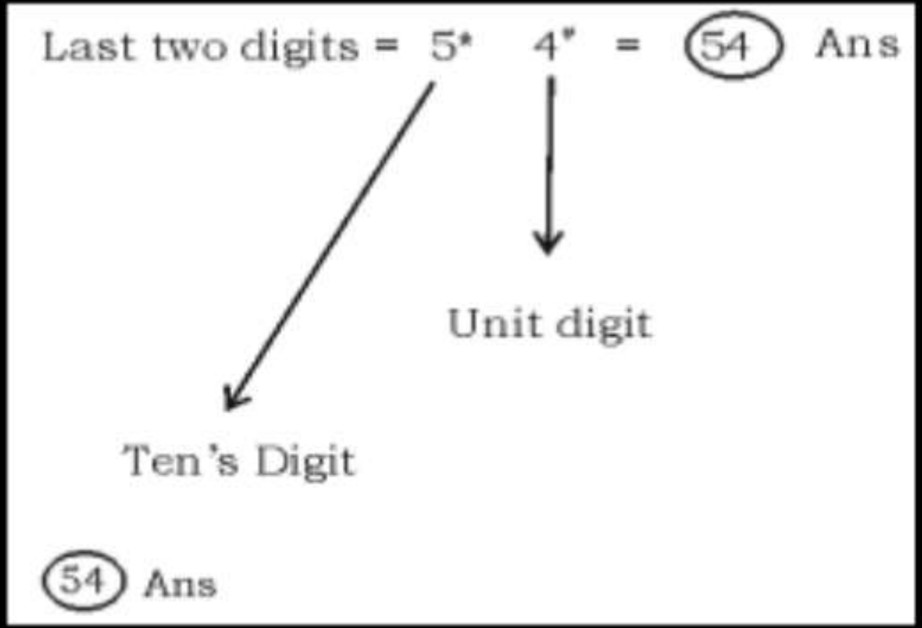
------ 38 × ------- 83

- सबसे पहले last digits की आपस में गुणा (multiply) करेंगे अंतिम अंक (last digit) लिख लेंगे। यदि multiply करके Number दो अंकों का आए तो last digit लिख लेंगे और second last digit सिल (carry) में ले लेंगे।



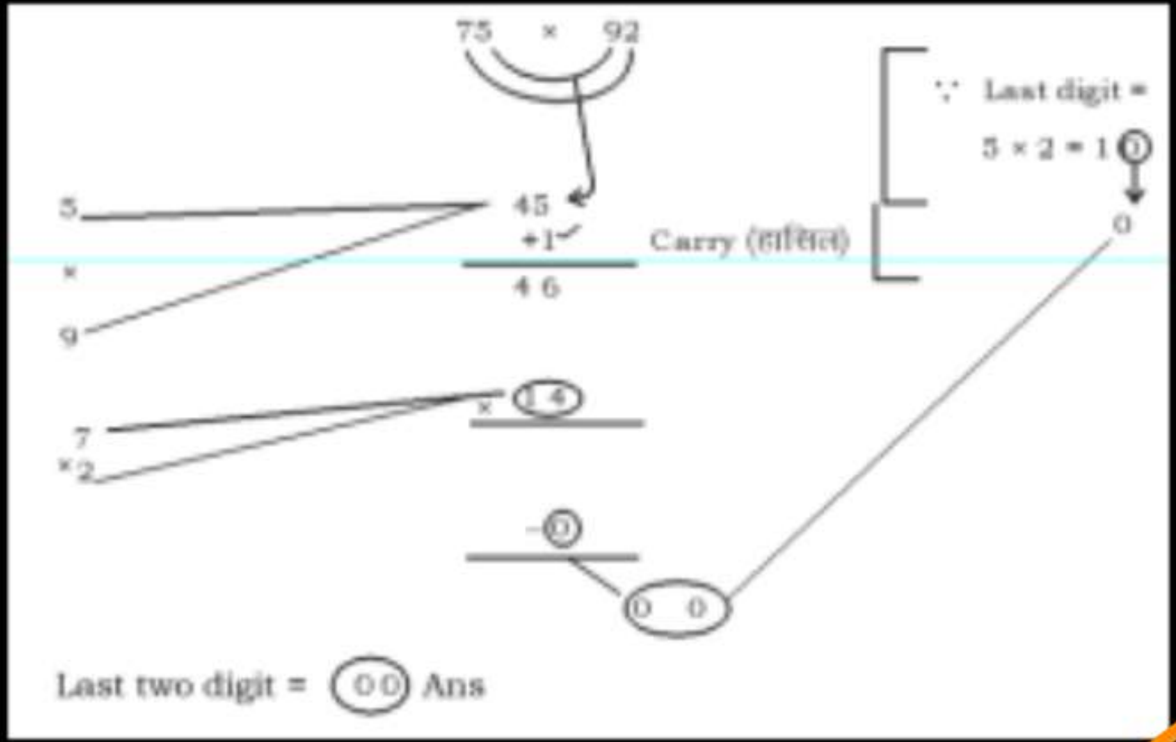
➢ अब last two digit के लिए पास-पास और दूर-दूर वाले Number की आपस में गुणा करेंगे और हासिल (carry) को Add कर देंगे।





Ex.2: 9257642775 × 6795347192 Last two digit = ?

Soln: ---75 × --- 92



Last two digit = 00 Ans

Series (श्रृंखला)

- **Common Series**

$$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\dots\dots+\frac{1}{9\times 10}=?$$

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

- **Common Series**

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \ldots\ldots + \frac{1}{143} = ?$$

$$\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \text{---} \frac{1}{11 \times 13} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{13}\right) = \frac{5}{39}$$

- **Trending Series**

जब नीचे हर (**Denominator**) में तीन **Number** हों:

$$\frac{1}{n(n+a)(n+b)} = \frac{1}{b}\left[\frac{1}{n(n+a)} - \frac{1}{(n+a)(n+b)}\right]$$

I II II III

III और **I** का अंतर (**Difference**)

$$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\dots+\frac{1}{100\times101\times102}=?$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{101\times102}\right)$$

- **Root वाली Series**

1. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}=?$

$\sqrt{100}-\sqrt{1}$

$10-1=9$

- ± की Alternate Series

1. $\frac{1}{\sqrt{9}-\sqrt{8}}-\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}-\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}}=?$

$\sqrt{9}+\sqrt{4}$

5 Ans

Factors (गुणनखंड)

- **Factors निकालने का Fast Method**

108

$\sqrt{108} \approx 10._$

1	2	3	4	6	9
108	54	36	27	18	12

12 factors

- **Factors निकालने का Fast Method**

120

$\sqrt{120} \simeq 11$

1	2	3	4	5	6	8	10
120	60	40	30	24	20	15	12

16 factors

- ## Special Properties of Factors

$$N = a^p \times b^q \times c^r$$

$$\text{Number of Factor, } N_f = (p + 1)(q + 1)(r + 1)$$

$N = 216$
$= 2^3 \times 3^3$

$N_f = (3+1)(3+1) = 16$

No. of odd factors (विषम गुणनखंड की संख्या) (O_f)

= (Power of odd no.+1) × (Power of odd no.+1) × ....

$T_f = 16$

$216 = 2^3 \times 3^3$

$O_f = (3+1) = 4$

No. of Even factors (सम गुणनखंड की संख्या) **(E_f) = $N_f - O_f$**

= (Power of odd+1) × (Even power same)

$216 = 2^3 \times 3^3$

$E_f = (3+1) \times 3$

$= 12$

Sum of factors (गुणनखंड का योग) (S_f)

$$= \frac{a^{p+1} - 1}{a - 1} \times \frac{b^{q+1} - 1}{b - 1} \times \frac{c^{r+1} - 1}{c - 1}$$

$216 = 2^3 \times 3^3$

$S_f = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^4 - 1}{3 - 1}$

Average of factors (गुणनखंड का औसत) $(A_f) = \frac{S_f}{N_f} = \frac{S_f}{16}$

Product of factors (गुणनखंड का गुणनफल) $(P_f) = (\text{Number})^{\frac{N_f}{2}}$

$216 = 2^3 \times 3^3$

$P_f = (216)^{\frac{16}{2}}$

$= (216)^8$

216

N_f

O_f

E_f

S_f

$A_f = \frac{S_f}{N_f}$

ρ_f

360

Smallest & Largest (सबसे छोटा और सबसे बड़ा)

- $abcd^{e}$, abc^{de}, a^{bcde}, abcde का Special Concept

Which is smallest ?

(a) 9876^{5}

(b) 987^{65}

(c) 9^{8765}

(d) 98765

- $abcd^e$, abc^{de} , a^{bcde} , $abcde$ का Special Concept

Which is largest ?

(a) 3333^3

(b) 333^{33}

(c) 33^{333}

(d) 3^{3333}

- $abcd^{e}$, abc^{de}, a^{bcde}, abcde का Special Concept

Which is smallest ?

(a) 234^{567}

(b) 2345^{67}

(c) 23^{4567}

(d) 2^{34567}

B